

Vibraciones y ondas:

Colaboración de Domaniom para el canal #fisica (IRC Hispano).
<http://fisica.urbenalia.com>

MOVIMIENTO VIBRATORIO ARMÓNICO SIMPLE

Definición: el movimiento vibratorio armónico simple es un movimiento generalmente rectilíneo basado en oscilaciones o vibraciones periódicas en el que la aceleración es proporcional a la posición o desplazamiento pero de sentido contrario a ella.

Magnitudes:

Elongación: posición de la partícula vibrante en cualquier instante con respecto a la posición de equilibrio. Se mide en metros.

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$x = A \sin \omega t$$

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{equivale a} \quad x = A \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})$$

Amplitud: valor máx. que puede tomar la elongación. Se mide en metros.

Se puede hallar a través de las fórmulas de:

- velocidad
- aceleración
- elongación
- energías

Fase inicial: estado de vibración para $t = 0$. Ángulo. Se mide en radianes.

$$\varphi: \text{ fase inicial} \quad x = A \sin \varphi$$

Pulsación: velocidad angular constante del mov. circular hipotético. Se mide en rad/s

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad T \text{ es el período.}$$

En m.a.s.:

$$K = m\omega^2$$

Se halla también desde: velocidad, aceleración y elongación.

Período: cuando una partícula pasa dos veces consecutivas por la misma posición en el mismo sentido del movimiento. Es constante. Se mide en segundos.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{Desde dinámica:} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Frecuencia: número de vibraciones realizadas en un segundo. Se mide en Hz.

$$f = \frac{1}{T}$$

Velocidad: valor máx. en el centro de la trayectoria y nula en los extremos. La velocidad es función periódica del tiempo. Se mide en m/s.

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t \quad \text{en función del tiempo}$$
$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \quad \text{en función de la posición}$$

Aceleración: es periódica. Es proporcional a la posición, pero de sentido contrario a ella. La constante de proporcionalidad es el cuadrado de la pulsación. Es nula en el centro y máx. en los extremos. Está desfasada $\pi/2$ de la velocidad.

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin \omega t \\ x = A \sin \omega t \end{array} \right\} a = \omega^2 x$$

DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE:

Fuerza recuperadora proporcional al desplazamiento: $\vec{F} = -kx \vec{u}_x$

De acuerdo con la ecuación de este movimiento: $F = -kA \cdot \sin \omega t$

Aplicando la 2ª Ley de Newton: $k = m\omega^2$

De esta relación se obtiene:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

1. El período de las oscilaciones, cuando la fuerza es de naturaleza elástica, depende de la masa del móvil.
2. El período de las oscilaciones de un **péndulo**, cuya fuerza recuperadora es de naturaleza gravitatoria, no depende de la masa.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ENERGÍA DE UN OSCILADOR MECÁNICO:

Energía cinética:

$$E_c = \frac{k(A^2 - x^2)}{2}$$

1. Es proporcional al cuadrado de la amplitud
2. Depende de la posición. Valor máx. en el centro de la trayectoria, nula en los extremos.
3. Es periódica.

Energía potencial elástica:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

1. Es proporcional al cuadrado de la elongación.
2. Depende de la posición. Valor máx. en extremos, nula en el centro de la trayectoria.
3. Es periódica.

Energía mecánica: en el mov. armónico permanece constante, al igual que la amplitud si no hay rozamiento.

$$E_m = E_c + E_p \longrightarrow E_m = \frac{kA^2}{2}$$

Péndulos:

Desarrollan un m.a.s. si el ángulo de oscilación es $< 8^\circ$.

$$\vec{F} = -kx \vec{u}_x \longrightarrow K = \frac{mg}{l} \longrightarrow \vec{F} = -\frac{mgx}{l} \vec{u}_x$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

MOVIMIENTO ONDULATORIO

Definición: El movimiento ondulatorio es el movimiento que describen las ondas. Una onda es una transmisión de energía o perturbaciones. Existen las ondas estacionarias, en las que su propagación está limitada, y las viajeras, que acaban alcanzando, tras un cierto tiempo, a todos los puntos del medio y que pueden ser mecánicas (a través de un medio material) o electromagnéticas (sin necesidad de materia para su transmisión).

Pueden ser longitudinales (la dirección de vibración de las partículas coincide con la dirección de propagación de la onda) o transversales (la dirección de la vibración de las partículas alcanzadas por la onda es perpendicular a la dirección de propagación de la onda).

Según las dimensiones son:

- Unidimensionales: una dimensión (ej. Onda en una cuerda)
- Bidimensionales: dos dimensiones (ej. Ondas en superficie del agua)
- Tridimensionales: tres dimensiones (ej. Sonido)

Magnitudes:

Longitud de onda: es la distancia que se ha propagado la onda en un período. La distancia entre valle y valle o cresta y cresta consecutivos de la onda. Se mide en metros.

$$\lambda = vT \qquad \lambda = \frac{v}{f}$$

Amplitud: es la máxima elongación con que vibran las partículas del medio. Se mide en metros.

Velocidad de propagación: o velocidad de fase, es la velocidad a la que se propaga una onda determinada dependiendo de las propiedades del medio. Si es homogéneo e isótropo es igual en todas direcciones. Es constante. Se mide en m/s.

1. Velocidad de una onda transversal en una cuerda:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\eta}}$$

F: tensión de la cuerda en Newtons.

η : densidad lineal de la cuerda. Kg/m

2. Velocidad de una onda longitudinal en sólido:

$$v = \sqrt{\frac{J}{\rho}}$$

J: módulo de Young que determina la elasticidad del sólido. En N/m² o en Pa.

ρ : densidad volumétrica en Kg/m³

3. Velocidad del sonido en un gas:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

γ : coeficiente adiabático del gas. Para aire $\gamma = 1,4$

R: constante de los gases, $R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$

M: masa molar (atómica o molecular) del gas. Del aire $M = 28,88 \times 10^{-3} \text{ Kg/mol}$

4. Velocidad de una onda electromagnética en el vacío. $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Número de onda: número de longitudes de onda u ondas completas contenidas en una longitud de $2\pi \text{ m}$. Se mide en m^{-1}

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

ECUACIÓN DE LAS ONDAS ARMÓNICAS UNIDIMENSIONALES:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx) \text{ equivale a } y(x, t) = A \cos(\omega t - kx - \frac{\pi}{2})$$

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx) \text{ equivale a } y(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \frac{\pi}{2})$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$$

Diferencia de fase.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = K(x_2 - x_1) = cte$$

x distancia al foco de la onda.

• Dos puntos están en fase cuando su diferencia vale $2\pi, 4\pi, 6\pi...$

$$K(x_2 - x_1) = 2n\pi$$

$$x_2 - x_1 = n\lambda$$

• Dos puntos están en oposición de fase cuando su diferencia de fase vale $\pi, 3\pi, 5\pi...$
 $180^\circ, 540^\circ, 900^\circ...$

$$x_2 - x_1 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$$

• Dos puntos están en cuadratura cuando su diferencia de fase es de $90^\circ, 270^\circ...$

$$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$$

$$x_2 - x_1 = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$$

Interferencia: Es la superposición de dos ondas en un punto.

Método vectorial:

- Se conoce la distancia al punto desde cada foco.
- Dos ondas con igual f y λ .
- Con A_1 y A_2

$$A_R = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}$$

Valores de φ característicos:

- Las ondas se encuentran en fase:

$$x_2 - x_1 = n\lambda \quad \longrightarrow \quad A_r = A_1 + A_2 \text{ Vientre}$$

- En oposición de fase:

$$x_2 - x_1 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \longrightarrow \quad A_r = A_1 - A_2 \text{ Nudo}$$

Si $A_1 = A_2$:

En fase: $A_R = 2A$

En oposición de fase: $A_R = 0$

Método algebraico: ($y_t = y_1 + y_2$):

- Para puntos en la recta que une los focos o próximos a ella.
- Se conoce la distancia al punto desde cada foco.
 - Dos ondas con igual f , λ y A

$$y(x, t) = 2A \cos K \frac{x_2 - x_1}{2} \cdot \text{sen} \left(\omega t - K \frac{x_2 - x_1}{2} \right)$$

$$A_R = 2A \cos K \frac{x_2 - x_1}{2}$$

Ondas estacionarias:

Son ondas que se encuentran en un medio confinado producidas por una interferencia entre dos ondas de igual f , λ y A en el mismo medio y en la misma dirección, pero de sentidos contrarios. Realmente no son ondas ya que no hay verdadero transporte de energía.

- Onda estacionaria en tubo (un extremo cerrado y otro abierto):

$$y(x, t) = 2A \sin(-kx) \cdot \cos \omega t \quad A_R = 2A \sin(-kx)$$

- Onda estacionaria en cuerda o tubo abierto (ambos extremos abiertos):

$$y(x, t) = 2A \cos(kx) \cdot \sin \omega t \quad A_R = 2A \cos(kx)$$

Para un tubo (un extrm. abierto y otro cerrado):

· Máximos:

$$y = A_R = 2A \quad \sin(kx) = 1 \rightarrow kx = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad x = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \quad \text{Vientres}$$

· Mínimos:

$$y = A_R = 0 \quad \sin(kx) = 0 \rightarrow kx = n\pi \quad x = n\frac{\lambda}{2} \quad \text{Nodos}$$

Para una cuerda o un tubo con los dos extrm. abiertos se aplicaría el mismo procedimiento de los A_R .

Distancia entre Vientres (o nodos):

En una cuerda o tubo con ambos extremos abiertos: $L = n\frac{\lambda}{2}$

En un tubo con un extremo cerrado y otro abierto: $L = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$

Intensidad: es la cantidad de energía que atraviesa perpendicularmente la unidad de superficie colocada en un determinado punto en la unidad de tiempo. Se mide en W/m^2

$$I = \frac{\Delta E}{\Delta S \Delta t} = \frac{P}{S}$$

· Ondas 1 dimensión: Todos los puntos igual A y f que el foco.

· Ondas 2 dimensiones: Circulares ($2\pi r$)

Como la f nunca varía, varía A.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{x_2}{x_1} \quad I \propto \frac{1}{x} \propto A^2 \quad A \propto \frac{1}{\sqrt{x}} \quad \propto : \text{directamente proporcional}$$

· Ondas 3 dimensiones: Esféricas ($4\pi r^2$)

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{X_2^2}{x_1^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}$$

Absorción del medio: es la cantidad de energía que absorbe el medio al propagarse una onda. De modo que:

$$I = I_o e^{-\beta x}$$

Las ondas son doblemente periódicas:

· Son periódicas en el tiempo con periodo T:

Para cualquier x, su elongación toma el mismo valor en los tiempos $t, t + nT$.

· Son periódicas en el espacio:

La elongación es igual para todos los puntos cuyas distancias al foco son múltiplos de la longitud de onda. Es decir, en un instante t, la elongación en $x, x + n\lambda$ es la misma.

SONIDO

Definición: Objetivamente, el sonido es una onda viajera, mecánica, longitudinal y de presión que consiste en una sucesión de compresiones y enrarecimientos del medio en el que se propaga.

Subjetivamente, el sonido es la sensación que produce esta onda en nuestros oídos. De este modo, el sonido posee 3 propiedades subjetivas que permiten diferenciar unos de otros:

Sonoridad: se basa en la intensidad de la onda y es la cualidad del sonido que nos permite percibirlo más o menos fuerte. El nivel subjetivo de sonoridad se mide en fonios, que coincide con el nivel de intensidad sonora, medido en decibelios.

Tono: es la cualidad del sonido que depende de la frecuencia de la onda; si es alta, el tono será agudo; por el contrario, si es baja el tono será grave.

Timbre: es la cualidad por la que se distinguen dos sonidos de igual intensidad y tono que depende de la forma de la onda. La forma de la onda depende del material con el que se produce el sonido y está formada por la suma de otros sonidos más débiles que acompañan al principal, llamados **armónicos o sobretonos**.

Por ello, un sonido musical está formado por una onda fundamental de una frecuencia dada junto con otras ondas de frecuencias múltiplos de la fundamental llamadas **armónicos o sobretonos**.

Intensidad sonora: se mide en decibelios y clasifica los sonidos en una escala precisa para los umbrales de audición humanos (ondas de 20 Hz a 20.000 Hz).

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (\text{dB})$$

I = intensidad de un sonido determinado.

I₀ = intensidad umbral: 10⁻¹² W/m²

El nivel de sonoridad en fonios equivale al nivel de intensidad en dB.

Un incremento de 10n decibelios equivale a un aumento en la intensidad de 10ⁿ

Siendo L la longitud del tubo:

En un tubo cerrado por un extremo y abierto por el otro: $L = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$

En un tubo abierto por los dos extremos: $L = n \frac{\lambda}{2}$