Relatividad Especial

Manel Bosch Aguilera

Noviembre 2010

1. **Postulados**

   i. Todas las leyes físicas, mecánicas o electromagnéticas, son las mismas en todos los sistemas de referencia inceriales.
   ii. La velocidad de la luz es una constante c en todos los sistemas de referencia inerciales.

2. **Transformación de Lorentz**

$$\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$x' = \gamma(x - vt); \quad y' = y; \quad z' = z;$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

3. **Cinemática relativista** Efectos relativistas:

   a) *Contracción de longitudes*:

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} < L_0$$

   b) *Dilatación de tiempos*:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > T_0$$

   c) *Relatividad de la simultaneidad*:

$$t'_a - t'_b = \gamma\frac{v}{c^2}(x_a - x_b)$$

   d) *Ley relativista de la adición de velocidades*:

$$v_x = \frac{v_{x'} + v}{1 + \frac{v_{x'}+v}{c^2}}$$

   e) *Efecto Doppler Relativista*:

$$\nu_O = \nu_E\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}; \qquad \nu_O = \nu_E\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

   f) *Invariancia del intervalo relativista*

$$\Delta s = \sqrt{c^2(t_b - t_a)^2 - [(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2]}$$

$$\Delta s = \Delta s'$$

4. **Dinámica Relativista**

   - *"Todas las leyes físicas tienen que ser invariantes por una transformación de Lorentz."*
   - Espacio de Minkowsky: $(x, y, z, ict) = (x, y, z, \tau)$

$$-\mathrm{d}s^2 = (\mathrm{d}x)^2 + (\mathrm{d}y)^2 + (\mathrm{d}z)^2 + (\mathrm{d}\tau)^2$$

   - *"Una rotación en el espacio de Minkowsky es una transformación de Lorentz."*

Definiciones:

- Cuadrivector posición:

$$\underrightarrow{r} = (r_x, r_y, r_z, r_\tau) = (x, y, z, \tau)$$

- Tiempo propio:

$$\mathrm{d}t_0 = \frac{1}{c}\mathrm{d}s = \mathrm{d}t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

- Cuadrivector velocidad:

$$\underrightarrow{u} = \frac{\mathrm{d}\,\underrightarrow{r}}{\mathrm{d}t_0}$$

   i. $|\underrightarrow{u}|^2 = -c^2$
   ii. $\underrightarrow{u} \cdot \frac{\mathrm{d}\,\underrightarrow{u}}{\mathrm{d}t_0} = 0$

Ley relativista de la dinámica: determinadas por su masa invariante o masa en reposo m (es un invariante relativista).

a) *Cuadrimomento*

$$\underrightarrow{p} = m\,\underrightarrow{u};$$

$$p_\alpha = \gamma(mv_\alpha) \;\; \alpha \in \{x, y, z\}; \qquad p_\tau = \gamma imc$$

$$\vec{p} = \gamma m\vec{v}$$

b) *Acción externa*

$$\underrightarrow{K} = \frac{\mathrm{d}\,\underrightarrow{p}}{\mathrm{d}t_0} = (K_x, K_y, K_z, K_\tau)$$

- (K_x, K_y, K_z):

$$K_\alpha = \frac{\mathrm{d}p_\alpha}{\mathrm{d}t_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{mv_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

- $K_\tau \;\rightarrow\; F_\tau = K_\tau\sqrt{1-v^2/c^2}$

$$F_\tau = \frac{i}{c}\vec{F}\cdot\vec{v} \;\rightarrow\; \vec{F}\cdot\vec{v} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$

c) *Energía cinética relativista*

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 = E_0 + E_c \quad T = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2$$

d) *Algunas relaciones y expresiones útiles*

$$p_\tau = \frac{imc}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = i\frac{E}{c}$$

$$p_{x'} = \frac{p_x + i\frac{E}{c}p_\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad p_{\tau'} = \frac{E - i\frac{v}{c}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$E = \sqrt{\vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4} \qquad \vec{v} = c^2 \frac{\vec{p}}{E}$$