

FORMULARI DE GEOFÍSICA FONAMENTAL

Víctor García Carrasco

DISTRIBUCIÓ INTERNA PER MOMENT D'INÈRCIA

a.- Esfera homogènia (ρ cnt.): $I = \frac{2}{5} MR^2 \Rightarrow \frac{I}{MR^2} = 0.4$

b.- Closca esfèrica: $I = \frac{2}{3} MR^2 \Rightarrow \frac{I}{MR^2} = 0.6$

0.0 – 0.4 Més densitat a l'interior
0.4 – 0.6 Més densitat a la superfície

ESFORÇOS

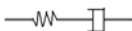
Comportament de sòlid elàstic: $10^1 - 10^4$ s $\rightarrow \sigma = k\varepsilon$

Comportament de fluid viscos: $10^7 - 10^{10}$ s $\rightarrow \sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$

$\sigma \rightarrow$ Esforç. $\varepsilon \rightarrow$ Deformació.

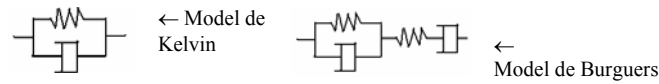
$\eta \rightarrow$ Coeficient de viscositat. $k \rightarrow$ Constant de molla.

Comportament viscoelàstic (models):

a.- Model de Maxwell: 

$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{k} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta}$ Per a una deformació instantània tindrem: $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$

Així obtindrem: $\sigma = \sigma_0 e^{-kt/\eta}$ Això explicaria les rèpliques



CAMP MAGNÈTIC (GEOMAGNETISME)

Anàlisi per harmònics esfèrics

$V = V_{\text{intern}} + V_{\text{extern}}$

En estar lliures de forces externes a la superfície tenim: $\nabla^2 V = 0$

Que en esfèriques resulta:

$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \lambda^2} = 0$

Fent separació de variables obtenim:

$V_i = R \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} y(\theta, \lambda)$ $V_e = R \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{R} \right)^n y(\theta, \lambda)$

Potencial intern:

$V_i = R \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} (g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda) P_n^m(\cos \theta)$

$P_n^m = \left[\frac{2(n-m)!}{(n+m)!} \right]^{1/2} P_{nm}$ Són els polinomis de Shmidt o polinomis associats de Legendre parcialment normalitzats. Es comença per $n=1$ ja que a $n=0$ tindríem monopols. $g_0^0 = h_0^0 = 0$

$P_{nm}(\cos \theta) = \frac{(-1)^m}{2^n n!} (1 - \cos^2 \theta)^{m/2} \frac{d^{n+m}}{d(\cos \theta)^{n+m}} (\cos^2 \theta - 1)^n$

Hi ha tres tipus d'harmònics, zonals, tesselars i sectorials.

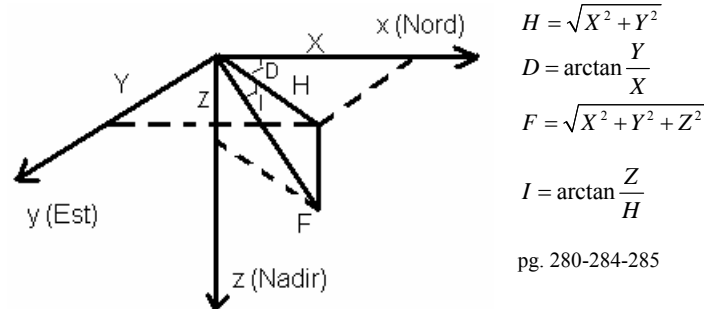
Espectre de potències: $S_n = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^n (a_{mn}^2 + b_{mn}^2)}{2n+1}}$

Sistema de referència geomètric

F \rightarrow Vector intensitat del camp magnètic

D \rightarrow Declinació. Angle del campo H con el eix x (nord geogràfic)

I \rightarrow Inclinació. Angle de F amb H.



Als mapes es pinten línies amb igual valor de les diferent magnituds son:

D \rightarrow Isogones \parallel I \rightarrow Isoclines \parallel H, F, Z \rightarrow Isodinàmiques

Pol nord geogràfic \rightarrow Pol sud magnètic

$\vec{B} [T] \equiv [kg^{-1}s^{-2}] \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$

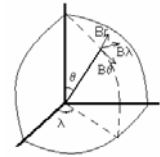
B \rightarrow Inducció magnètica. H \rightarrow Camp magnètic. $\mu \rightarrow$ permeabilitat ($\mu=1$)

Relació entre el sistema esfèric i el geomètric:

$X = -B\theta$

$Y = B\lambda$

$Z = -Br$



$g_1^0 = -29681nT$ $g_1^1 = -1789nT$ $h_1^1 = 5318nT$
dipol centrat inclinació inclinació

Per $n=2$ (desviació en la posició del dipol) Per $n>2$ (camp no dipolar)

Inclinació: $tg \lambda = \frac{h_1^1}{g_1^1}$ $tg \phi = \frac{\sqrt{(h_1^1)^2 + (g_1^1)^2}}{g_1^0}$

$V(r, \theta, \lambda) = \frac{R^3 g_1^0 \cos \theta}{r^2} + \frac{R^3 g_1^1 \sin \theta \cos \lambda}{r^2} + \frac{R^3 h_1^1 \sin \theta \sin \lambda}{r^2}$

Camp magnètic extern

a.- Vent solar: Gas ionitzat de baixa densitat (ϵ^+ , p^+ , He)

b.- Bowshock (Front de xoc): Límit extern de la magnetosfera

c.- Magnetosheath (Magnetovaina): trajectòries caòtiques

d.- Magnetopausa: després d'ella trajectòries regulars

e.- Cinturons de Van Hallen: Cauen en espiral

(Intern: protons. Extern: electrons)

f.- Ionosfera: la radiació solar ionitza aquesta capa estratificada en diferents graus de ionització. Aquestes capes presenten variació temporal.

e.- Variabilitat temporal:

Sq \rightarrow Solar quiet, Sd \rightarrow Solar disturbat, L \rightarrow Lunar

D \rightarrow totes les perturbacions. $D = \Delta F - Sq - L$

Fenomen	Escala temporal	Amplitud
Micropulsacions	1ms – 180s	< 1nT
Subtempestes elèctriques	1 – 2h	10nT
Variacions diàries (Sq)	24h	20nT
Dia magnètic pertorbat (Sd)	24h	1000nT
Variacions lunars (L)	25h	1nT
Taques solars	11 anys	Centenars de nT

Camp magnètic intern

Es forma gràcies a la presència al nucli extern d'una dinamo autoinduida.

Això és que la circulació de material conductor en presència d'un camp magnètic genera corrents elèctriques que al seu torn el realimenten.

Dinamo homopolar: $RI + L \frac{dI}{dt} = M\omega I$ $C \frac{d\omega}{dt} = \tau - MI^2$
(C \rightarrow Idisc, M \rightarrow autoinducció mutua)
eq. potencial electric component mecanic

Sistema magnetohidrodinàmic:
Eq. d'inducció magnètica $\rightarrow \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu_0} \nabla^2 \vec{H} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{H})$
 $\vec{B} = B_0 e^{\frac{iM}{2\pi L}(\omega - \omega_c)}$
terme de difusió (H disminueix) terme de dinamo (mante H)

Número de Reynolds magnètic: $Rm = \frac{\nabla \times (\vec{v} \times \vec{H})}{(\sigma \mu_0)^{-1} \nabla^2 \vec{H}}$

Si $Rm > 1$ H no decaurà a zero. Per Rm grans aproximem: $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{H})$

Això comporta o velocitats altes o conductivitats altes.

En el cas dels superconductors tindrem: $\frac{d\phi}{dt} = 0$

Efecte $\Omega \rightarrow$ potencia el camp poloidal, Efecte $\alpha \rightarrow$ potencia el camp toroidal

FORMULARI DE GEOFÍSICA FONDAMENTAL

Víctor García Carrasco

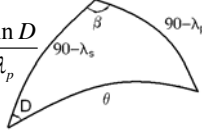
Paleomagnetisme

Magnetització tèrmica remanent (TRM): $M(t) = M_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\tau = \frac{1}{C} e^{\frac{KV}{kT}}$
(a escala atòmica)

V → volum de la partícula, T → temperatura, τ → temps de relaxació
K → Energia magnètica, k → constant de Boltzman,
C → Factor freqüencial. Prob. de inversió de pol. ($C \approx 10^8 - 10^{15} s^{-1}$)

Magnetització sedimentaria remanent (DRM): $tg \frac{\theta}{2} = tg \frac{\theta_0}{2} e^{-\frac{mb}{\lambda}}$ $t = \frac{v}{\rho g} h$
(a escala de partícules més grans)

Pols virtuals paleomagnètics: És la orientació dels pols del dipol responsable de la magnetització d'una roca determinada. $tg I = 2ctg \theta$

$$\begin{cases} \cos \theta \geq \sin \lambda_s \sin \lambda_p \Rightarrow \beta = \phi_p - \phi_s \\ \cos \theta \leq \sin \lambda_s \sin \lambda_p \Rightarrow \beta = \phi_s - \phi_p + 180 \end{cases} \quad \sin \beta = \frac{\sin \theta \sin D}{\cos \lambda_p}$$


Períodes d'estabilitat de la polaritat:

- a.- Polarity chrons (Època) → 50 mil.a - 50 mill.d.a
- b.- Polarity subchrons (Eventos) → 20 mil.a - 50 mil.a
- c.- Excursions (El dipol arriba a l'equador i torna) → 10 mil.a
- d.- Transicions → 3,5 mil.a - 5 mil.a

CAMP GRAVITATORI (GRAVIMETRIA) (1Gal = 1cm/s²)

Aproximació d'ordre 0 (Esfera)

$$(g_r, g_\theta, g_\lambda) = \left(-\frac{GM}{r^2} + \omega^2 r \sin^2 \theta, \omega^2 r \sin \theta \cos \theta, 0 \right)$$

$$U = V + \phi = -\frac{GM}{r} - \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \theta = -\frac{GM}{R} \left[\frac{R}{r} + \frac{m}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \cos^2 \phi \right]$$

gravitatori centrfug

on: $m = \frac{R\omega^2}{GM/R^2} = 3,45 \cdot 10^{-3}$ $R = 6371 km$ $G = 6,67 \cdot 10^{-11} m^3/kg \cdot s^2$

$M = 5,976 \cdot 10^{24} kg$ $\omega = 1/24 h^{-1} = 7,292 \cdot 10^{-5} s^{-1}$

Aproximació d'ordre 1 (El·lipsoide)

$$V(r, \theta) = -\frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{m=1}^{\infty} J_m \left(\frac{a}{r} \right)^m P_m(\cos \theta) \right] \quad \text{on: } a \rightarrow \text{radi equatorial}$$

$J_0 = -1$ $J_2 = \frac{C-A}{a^2 M}$

Fórmula de McCullagh: $U = -\frac{GM}{r} \left[1 - \frac{J_2}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 (3 \sin^2 \phi - 1) + \left(\frac{r}{a} \right)^2 \frac{m}{2} \cos^2 \phi \right]$

Superfície equipotencial: $r = a(1 - \alpha \sin^2 \phi)$ on: $\alpha = \frac{3}{2} J_2 + \frac{m}{2} = \frac{a-c}{a} \rightarrow$ aplanament o el·lipcitat

Discrepàncies: El·lipsoide de referència → esfera: 15km; → Sup. Equi. 100m

El·lipcitat dinàmica: $H = \frac{C-A}{C}$ $W \rightarrow$ potencial real

Gravetat real: $g_i = -\frac{\partial W}{\partial x_i}$ Gravetat normal: $\gamma_i = -\frac{\partial U}{\partial x_i}$

Gravetat normal a l'equador: $\gamma_{EQ} = -\frac{GM}{a^2} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 - m \right]$

Gravetat normal en l'el·lipsoide: $\gamma = \gamma_{EQ} \left[1 + \left(2\alpha + m - \frac{9}{2} J_2 \right) \sin^2 \phi \right]$

El·lipcitat de la gravetat: $\beta = 2\alpha + m - \frac{9}{2} J_2 = \frac{\gamma_{POL} - \gamma_{EQ}}{\gamma_{EQ}}$ $\alpha + \beta = \frac{5}{2} m$

Aproximació de 2n ordre (Esferoide triaxial, dependència en la longitud)

$$U(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} y_n^m(\theta, \lambda) - \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos^2 \phi$$

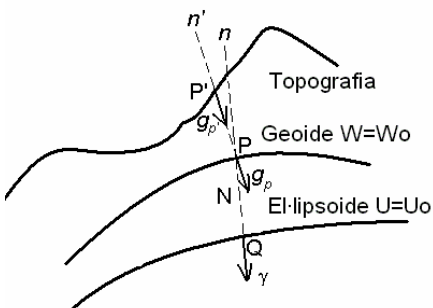
Anomalies gravimètriques

Anomalia de la gravetat:

$$\overline{\Delta g} = \bar{g}_p - \bar{\gamma}_q \quad |\overline{\Delta g}| = |\bar{g}_p| - |\bar{\gamma}_q|$$

Fórmula de Bruns:

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad W = U + T$$



Eq. fonamental de la geodèsia física: $\frac{\partial T}{\partial n} - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial n} T + \Delta g = 0$
(Sigui T el potencial anòmal)

Correcció d'aire lliure: $C_F = -\frac{2GM}{R^3} h = -0,3086h$ en: [mGal]

Anomalia d'aire lliure: $\Delta g_F = g_p - \gamma_Q + 0,3086h$

Correcció de Bouguer: $C_B = 2\pi G \rho h = 0,0419 \rho h$ en: [mGal]

Anomalia de Bouguer: $\Delta g_B = g_p - \gamma_Q + 0,3086h - 0,0419 \rho h$ $\rho [g/cm^3]$

Correcció de topografia (C_T) sempre positiva.

Roques ígnies: $\rho \approx 2,6 g/cm^3$ Roques sedimentaries: $\rho \approx 2,4 g/cm^3$

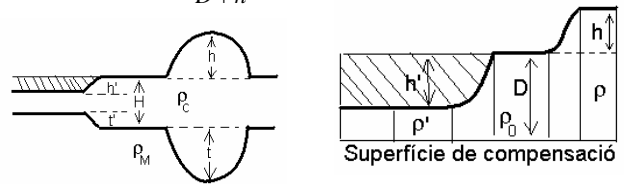
Escorça oceànica: $\rho \approx 2,7 - 2,9 g \cdot cm^{-3}$ Es.con: $\rho \approx 2,67 - 2,7 g \cdot cm^{-3}$

Mantell: $\rho \approx 3,2 - 3,3 g \cdot cm^{-3}$

Isostasia

Hipòtesi d'Airy: $t = \frac{\rho_C}{\rho_M - \rho_C} h$ $t' = \frac{\rho_C - \rho_{H_2O}}{\rho_M - \rho_C} h'$

Hipòtesi de Pratt: $\rho = \frac{D}{D+h} \rho_0$ $\rho' = \frac{\rho_0 D - \rho_{H_2O} h'}{D+h}$



Anomalies locals

Produïdes per una estructura bidimensional:

$$\Delta g(x, z) = 2G\Delta\rho \frac{\partial}{\partial z} \int_S \ln \left[\frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2}} \right] d\xi d\zeta$$

Produïdes per una esfera: $\Delta g_{max} = \frac{G\Delta M}{d^2}$ $\Delta M = \frac{4}{3}(\rho - \rho_0)\pi R^3$

$\Delta M \rightarrow$ Massa anòmal, $\rho_0 \rightarrow$ densitat del medi, $\rho \rightarrow$ densitat de l'esfera
 $d \rightarrow$ profunditat al centre de l'esfera, $R \rightarrow$ radi de l'esfera

Punts d'inflexió: $x = \pm \frac{d}{2}$, Màxim: $x = 0$

Produïdes per un cilindre: $\Delta g = 2\pi G\Delta\rho \int_0^a \int_0^h \frac{(d-z) s ds dz}{[s^2 + (d-z)^2]^{3/2}}$

GEOTÈRMIA

Flux geotèrmic

a.- Flux solar (per comparar): $\phi_s = 4 \cdot 10^2 W/m^2$

b.- Flux geotèrmic: $\phi_s = 0,08 W/m^2 = 80 mW/cm^2$

c.- Flux continental: $\phi_s = 0,084^{-4} W/m^3$ (35km) pg. 399

d.- Flux oceànic: $\phi_s = 1,3^{-4} W/m^3$ (15km)

Calor geotèrmic superficial: $42 \cdot 10^{12} W$

Equació de la conducció de la calor: $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho C_p} \cdot \nabla^2 T + \frac{A}{\rho C_p}$

Definim: $K = \frac{k}{\rho C_p}$ Geotermes d'equilibri: $T(z) = -\frac{A}{k} \frac{z^2}{2} + C_1 z + C_2$

$C_2 = T_0$ $C_1 = \frac{Q_0}{k}$ on: $Q = -k \frac{dT}{dz} = Az - kC_1$ $\phi(0) = -\phi_{sup}$ pg. 387

Fundaria característica: $\delta = \sqrt{\frac{2k}{\omega \rho C_p}} = \sqrt{\frac{kT}{\pi \rho C_p}}$

Capas

Centre de la Terra: 6371 km

Nucli intern - Nucli extern: 5144 km

Nucli extern - Mantell inferior o Mesosfera: 2885 km

Mesosfera - Astenosfera: 700 km

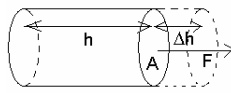
FORMULARI DE GEOFÍSICA FONDAMENTAL

Víctor García Carrasco

SISMOLOGIA I TECTÒNICA DE PLAQUES

Propagació d'ones elàstiques (Veure nomenclatura del capítol d'esforços)

Factor de pressió: $\sigma = \frac{F}{A}$ Deformació: $\epsilon = \frac{\Delta h}{h}$



Tensor d'esforços: $\sigma_{xy} = \lim_{A_y \rightarrow 0} \left(\frac{F_x}{A_y} \right)$ $\epsilon_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x}$

Coefficient de Poisson: Deformació per $\nu = \frac{\Delta y/y}{\Delta x/x} = -\frac{\epsilon_{yy}}{\epsilon_{xx}}$ $0 < \nu < 0,5$ dilatació

Sigui: $V = \Delta x \Delta y \Delta z$
 Dilatació cúbica: $\left\{ \begin{array}{l} \nu = 0 \rightarrow \text{Sense contracció lateral} \\ \nu = 0,5 \rightarrow \text{Sense canvi de volum} \end{array} \right.$

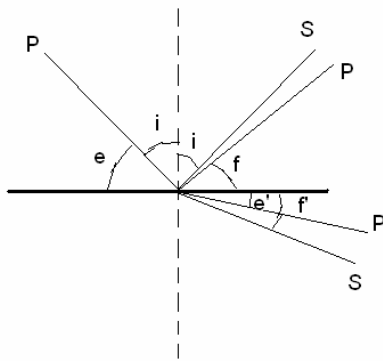
$\theta = \frac{\Delta V}{V} \approx \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \frac{\Delta u_1}{\Delta x} + \frac{\Delta u_2}{\Delta y} + \frac{\Delta u_3}{\Delta z} = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}$

Mòdul de Young: $E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$ $\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$

Mòdul de compressibilitat: $k = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ $20GPa < E, k, \lambda, \dots < 120GPa$

Energia mitjana: $E_m = \frac{1}{2} \lambda \Delta^2 + \mu(\epsilon_{xx}^2 + \epsilon_{yy}^2 + \epsilon_{zz}^2) + \frac{1}{2} \mu(\epsilon_{xy}^2 + \epsilon_{xz}^2 + \epsilon_{yz}^2)$

$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ $V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ $\frac{\cos e}{v_1} = \frac{\cos f}{v_2} = \frac{\cos e'}{v_1'} = \frac{\cos f'}{v_2'}$



pg. 149 i/o 169

μ i λ són les constants de Lamé.

Magnitud i energia pg. 213 - 214

$m_b = \log \frac{A}{T} + \sigma(\Delta)$ $M_s = \log \frac{A}{T} + 1,66 \log \Delta + 3,3$

$m_b = 2,5 + 0,63 M_s$ $M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10,7$

$\log E = 5,8 + 2,4 m_b = 11,8 + 1,5 M_s$ $E_T = E_s + E_R$

$E_s = \eta E_T \rightarrow \eta$ Coeficient d'eficiència sísmica

Lley d'ocurrència de Gutenberg - Richter: $\log N = a - b M_s$

Si $M_s > 5,5$ $\log N = a - \frac{2}{3} \log M_s$

N \rightarrow Nombre de sísmes