

# Física Básica

## Prácticas de laboratorio

Francisco Cordobés Aguilar

17 de enero de 2005

### Índice

<b>1. Medidas y errores en la medida</b>	<b>2</b>
1.1. Análisis de los errores cometidos . . . . .	2
<b>2. Medida de longitudes</b>	<b>3</b>
2.1. Características de los instrumentos . . . . .	3
2.2. Medidas a realizar . . . . .	3
2.3. Resultados . . . . .	4
2.3.1. Palmer o tornillo micrométrico . . . . .	4
2.3.2. Nonius y Calibre o Pie de Rey . . . . .	4
2.3.3. Regla de plástico . . . . .	4
2.3.4. Volumen de la pieza . . . . .	6
2.4. Análisis de los errores cometidos . . . . .	7
<b>3. Medida de tiempos</b>	<b>8</b>
3.1. Características de los instrumentos . . . . .	8
3.2. Medidas a realizar . . . . .	8
3.3. Resultados . . . . .	8
3.3.1. Estudio del periodo del péndulo simple . . . . .	8
3.3.2. Longitud del cable del Péndulo de Foucault . . . . .	10
3.4. Análisis de los errores cometidos . . . . .	11
3.4.1. Periodo $T$ del péndulo simple . . . . .	11
3.4.2. Longitud del cable del Péndulo de Foucault . . . . .	11
<b>4. Medida de masa y peso</b>	<b>12</b>
4.1. Características de los instrumentos . . . . .	12
4.2. Medidas a realizar . . . . .	12
4.3. Resultados . . . . .	12
4.4. Análisis de los errores cometidos . . . . .	13
<b>A. Descripción de los instrumentos de medida de longitudes</b>	<b>14</b>
A.1. Palmer . . . . .	14
A.2. Nonius y calibre o pie de rey . . . . .	14
<b>B. Tablas de datos del periodo del péndulo simple</b>	<b>16</b>
<b>C. Tablas de datos de pesado de las pesas</b>	<b>19</b>

# 1. Medidas y errores en la medida

**Precisión** Repetibilidad dentro de los márgenes más estrechos posibles de los resultados obtenidos al realizar varias veces una misma experiencia en las mismas condiciones.

**Sensibilidad** Mínima unidad de medida que puede apreciar, sin error en la lectura, el aparato con el que esta se realiza.

**Error de cero** Es el error con el que el aparato mide el cero, el error “de salida” relativo a la escala.

**Error del experimentador** Se produce cuando el experimentador no lleva a cabo bien la medida. Esto puede ocurrir bien por que no sepa como utilizar el aparato y lo utilice mal o también por que aún usando bien el aparato, midiendo correctamente, no sepa leer los valores de forma correcta.

**Error del método** Fallo en la forma de medir alguna magnitud. Esto puede ocurrir por que se use un aparato o método no adecuado para esa magnitud, por ejemplo si se trata de medir el tiempo que tarda en parpadear el ojo humano con un reloj de arena. Otro ejemplo de experimento en el que cometeríamos error de método puede ser si intentamos medir el perímetro de un cabello con una cinta de costura; el error será mucho más grande que el valor medida y por muchas medidas que realizemos nunca obtendremos un valor aceptable. Un método para realizar el experimento anterior sería con el Tornillo Micrométrico midiendo el diámetro y luego calculando indirectamente el perímetro.

**Errores sistemáticos** Son aquellos debidos al mal estado, mal funcionamiento o mala conservación de los aparatos de medida.

**Errores accidentales** Error cometido por imprecisión del aparato o dispersión de las medidas. Se producen al azar y se pueden evitar repitiendo la medida varias veces. También se denominan *errores estadísticos* pues son fluctuaciones que aparecen en la medida y que no se pueden evitar de otra forma sino haciendo muchas medidas.

## 1.1. Análisis de los errores cometidos

De cada serie de  $n$  medidas se ha calculado su media aritmética  $x_m$  calculada según la fórmula:

$$x_m = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$$

la dispersión  $\delta_i$  se calcula según:

$$\delta_i = |x_i - x_m|$$

y la dispersión media se calcula según:

$$\delta_m = \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{n}$$

a partir de los valores anteriores se toma como resultado de la medida  $x_m \pm \delta_m$  ó  $x_m \pm e_s$ , donde  $e_s$  es la sensibilidad del aparato. Tomándose el mayor de  $\delta_m$  o  $e_s$  puesto que el error siempre será el mayor y no el menor valor posible.

Para calcular el error en las medidas indirectas se ha tenido en cuenta que los errores se propagan de forma cuadrática y se ha calculado según:

$$\Delta x = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial x}{\partial x_i} dx_i \right)^2}$$

donde los  $m$  términos del sumatorio anterior son los distintos factores que aparecen en la ecuación que relacione los valores medidos directamente con el valor calculado indirectamente  $x$ .

## 2. Medida de longitudes

### 2.1. Características de los instrumentos

**Nonius** Instrumento formado por una escala graduada móvil que se desliza a lo largo de la regla con que se mide y permite apreciar una fracción de la división más pequeña que la regla.

Para ello se hace que el nonius abarque  $n - 1$  divisiones de la regla y se divide esa longitud en  $m$  partes iguales.

De ese modo, lo que aprecia el nonius es la diferencia que existe entre una división de la regla y una del nonius, es decir:

$$1 - \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n}$$

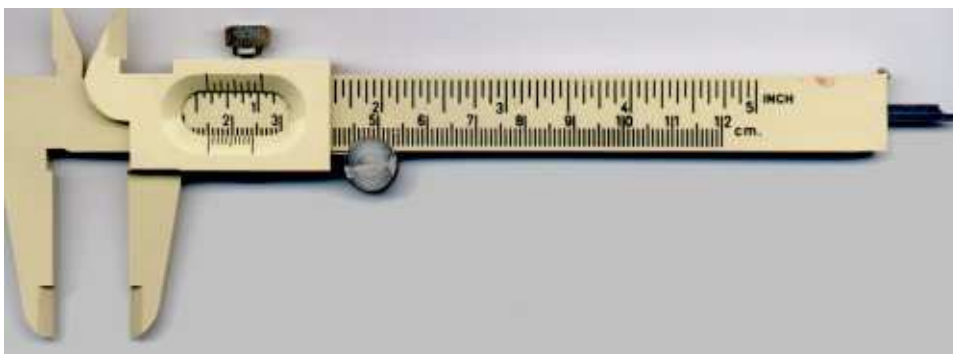


Figura 1: Pie de Rey similar al usado en la práctica.

**Tornillo micrométrico** Es una herramienta que permite realizar medidas de gran precisión de objetos de pequeñas dimensiones. Se trata de un tornillo doblemente graduado, la primera que mide el avance del mismo según gira sobre el eje y la segunda graduación que se mide alrededor del *mango*. Esta segunda graduación, coloreada en azul en la figura 2.1, corresponde a 50 centésimas de la unidad más pequeña medida por la primera graduación, en verde, en cada vuelta que se le dé.

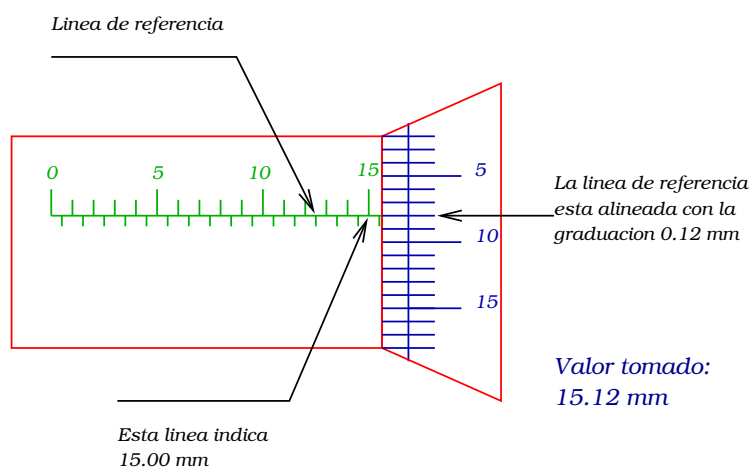


Figura 2: Ejemplo de medida realizada con un Tornillo Micrométrico.

Una aplicación del tornillo micrométrico es el Palmer, herramienta usada en la práctica y descrito en la sección A.1.

### 2.2. Medidas a realizar

El experimento consistió en el cálculo del volumen de un disco metálico de forma cilíndrica con un hueco cilíndrico y concéntrico en el centro.

## 2.3. Resultados

Las medidas se realizaron con tres instrumentos distintos: el palmer, el calibre y una regla de plástico(que se puede comprar en cualquier papelería).

### 2.3.1. Palmer o tornillo micrométrico

Se realizaron las medidas usando un palmer con un avance de 0,5 mm por cada vuelta y ésta se subdivide en 50 partes; La sensibilidad del aparato usado es de 0,01 mm.

La medida del diámetro interior se llevó a cabo de forma “indirecta” ya que se hizo midiendo el diámetro del soporte cilíndrico donde se coloca el disco metálico objeto de la medida.

**Sensibilidad** 0,01 mm

**Error de Cero** 0,12 mm

**Rango** 0,00 – 25,00 mm

El diámetro exterior del disco es mayor que la longitud máxima medible con el palmer por eso no se pudieron realizar medidas de esta magnitud con el mismo.

Grosor( $\pm 0,01$ mm)	$x_m$ (mm)	dispersión(mm)
3,12	3,126	0,006
3,13		0,004
3,12		0,006
3,14		0,014
3,13		0,004
dispersión media del grosor		0,068

valor experimental tomado	$3,13 \pm 0,07$ mm
---------------------------	--------------------

Cuadro 1: Medidas del grosor tomadas con el Palmer

Grosor( $\pm 0,01$ mm)	$x_m$ (mm)	dispersión(mm)
10,06	10,032	0,028
10,19		0,158
09,98		0,052
09,99		0,042
09,94		0,092
dispersión media del d. int.		0.0744

valor experimental tomado	$10,03 \pm 0,07$ mm
---------------------------	---------------------

Cuadro 2: Medidas del diámetro interior tomadas con el Palmer

### 2.3.2. Nonius y Calibre o Pie de Rey

**Sensibilidad** 0,05 mm

**Error de Cero** 0,00 mm

**Rango** 0,00 – 150,00 mm

### 2.3.3. Regla de plástico

El último aparato con el que se realizaron las medidas es una regla de plástico que podemos adquirir en cualquier papelería y que aún siendo el aparato con el cual más familiarizado está el experimentador al ser el menos sensible los datos no se han usado en el cálculo final del volumen.

**Sensibilidad** 1 mm

**Error de Cero** 0 mm

**Rango** 0 – 200 mm

Grosor( $\pm 0,05$ mm)	$x_m$ (mm)	dispersión(mm)
3,15	3,090	0,06
3,10		0,01
3,05		0,04
3,10		0,01
3,05		0,04
dispersión media del grosor		0,032

valor experimental tomado	$3,10 \pm 0,05$ mm
---------------------------	--------------------

Cuadro 3: Medidas del grosor tomadas con el calibre

D. int.(±0,05 mm)	x <sub>m</sub> (mm)	dispersión(mm)
10,40	10,420	0,02
10,25		0,17
10,45		0,03
10,50		0,08
10,45		0,03
dispersión media del d. int.		0,066

valor experimental tomado	$10,40 \pm 0,07$ mm
---------------------------	---------------------

Cuadro 4: Medidas del diámetro interior tomadas con el calibre

D. ext.(±0,05 mm)	x <sub>m</sub> (mm)	dispersión(mm)
26,10	26,10	0,00
26,15		0,05
26,00		0,10
26,05		0,05
26,20		0,10
dispersión media del d. ext.		0,06

valor experimental tomado	$26,1 \pm 0,1$ mm
---------------------------	-------------------

Cuadro 5: Medidas del diámetro exterior tomadas con el calibre

Grosor( $\pm 1$ mm)	$x_m$ (mm)	dispersión(mm)
2	2	0
2		0
2		0
2		0
2		0
dispersión media del grosor		0

valor experimental tomado	$2 \pm 1$ mm
---------------------------	--------------

Cuadro 6: Medidas del grosor tomadas con la regla

D. int.( $\pm 1$ mm)	$x_m$ (mm)	dispersión(mm)
10	10,6	0,6
10		0,6
11		0,5
11		0,5
11		0,5
dispersión media del d. int.		0.54

valor experimental tomado	$11 \pm 1$ mm
---------------------------	---------------

Cuadro 7: Medidas del diámetro interior tomadas con la regla

D. ext.(±1 mm)	x <sub>m</sub> (mm)	dispersión(mm)
25	25	0
25		0
25		0
25		0
25		0
dispersión media del d. ext.		0
valor experimental tomado		25 ± 1 mm

Cuadro 8: Medidas del diámetro exterior tomadas con la regla

### 2.3.4. Volumen de la pieza

El volumen del disco será el volumen del cilindro de diámetro exterior menos el del cilindro de diámetro interior, es decir:

$$v = \frac{\pi h}{4} (D_e^2 - D_i^2) \quad (1)$$

así

$$dV^2 = \left[ \frac{\partial V}{\partial \pi} d\pi \right]^2 + \left[ \frac{\partial V}{\partial h} dh \right]^2 + \left[ \frac{\partial V}{\partial D_e} dD_e \right]^2 + \left[ \frac{\partial V}{\partial D_i} dD_i \right]^2 \quad (2)$$

donde  $D_e$ ,  $D_i$  y  $h$  son el diámetro exterior, interior y el grosor respectivamente; las derivadas parciales son:

$$\frac{\partial V}{\partial \pi} = \frac{h}{4} (D_e^2 - D_i^2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\pi}{4} (D_e^2 - D_i^2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial D_e} = \frac{\pi h D_e}{2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial D_i} = -\frac{\pi h D_i}{2}$$

y podemos reescribir (2) como:

$$dV = \sqrt{\left[ \frac{h}{4} (D_e^2 - D_i^2) d\pi \right]^2 + \left[ \frac{\pi}{4} (D_e^2 - D_i^2) dh \right]^2 + \left[ \frac{\pi h D_e}{2} dD_e \right]^2 + \left[ -\frac{\pi h D_i}{2} dD_i \right]^2}$$

siendo el error  $\Delta V$ :

$$\Delta V = \sqrt{\left[ \frac{h}{4} (D_e^2 - D_i^2) \Delta \pi \right]^2 + \left[ \frac{\pi}{4} (D_e^2 - D_i^2) \Delta h \right]^2 + \left[ \frac{\pi h D_e}{2} \Delta D_e \right]^2 + \left[ -\frac{\pi h D_i}{2} \Delta D_i \right]^2}$$

si tomamos:

$$\pi \pm \Delta \pi = 3,14 \pm 0,01$$

$$h \pm \Delta h = 3,10 \pm 0,05 \text{ mm}$$

$$D_e \pm \Delta D_e = 26,1 \pm 0,1 \text{ mm}$$

$$D_i \pm \Delta D_i = 10,40 \pm 0,07 \text{ mm}$$

donde hemos tomado los valores medidos con el calibre: para el grosor es la medida más precisa que hemos tomado, para el diámetro interior fue una medida directa sobre el disco ya que con

el palmer medimos el soporte y para el diámetro exterior es más precisa que la tomada con la regla (con el palmer no pudimos medir el diámetro exterior).

Realizando los cálculos queda:

$$V = 1394,51 \text{ mm}^3$$

$$\begin{aligned}\Delta V &= \sqrt{19,72 + 505,90 + 161,36 + 12,55} \\ &= 26,45 \text{ mm}^3\end{aligned}$$

es decir:

$$V \pm \Delta V = 1390 \pm 30 \text{ mm}^3$$

donde hemos tomado una sola cifra significativa en el error.

## 2.4. Análisis de los errores cometidos

Calculemos los errores relativos de las medidas realizadas:

El error relativo viene dado por la fórmula:

$$E_r = 100 \left( \frac{\Delta x}{x_m} \right)$$

Grosor	1,6 ‰
D. int.	0,7 ‰
D. ext.	0,4 ‰
Volumen	2,15 ‰

Cuadro 9: Errores relativos en la medida del volumen de un disco metálico.

### 3. Medida de tiempos

#### 3.1. Características de los instrumentos

**Influencia del experimentador (parte del instrumento)** En esta experiencia influyen los reflejos del experimentador ya que tiene que pulsar dos veces el cronómetro (para empezar y terminar de contar el tiempo) y esto lo tiene que hacer “a ojo”.

#### 3.2. Medidas a realizar

El objetivo de esta experiencia es en primer lugar comprobar la forma en que varía el periodo de las oscilaciones de un péndulo simple variando la amplitud y la longitud del mismo viendo que los resultados concuerdan (para oscilaciones pequeñas) con la teoría; según la cual el periodo  $T$  viene dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3)$$

donde  $l$  es la longitud del péndulo y  $g$  es el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre.

La segunda parte de la experiencia consiste en calcular la longitud del cable del *Péndulo de Foucault* colocado en el edificio de Física de la Facultad de Ciencias. Usando (3) y despejando  $l$  nos queda:

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} \quad (4)$$

#### 3.3. Resultados

##### 3.3.1. Estudio del periodo del péndulo simple

Estas medidas se realizaron con un cronómetro de mano cuyas características son:

**Sensibilidad** 0,01 s

**Error de Cero** 0,00 s

Se realizaron medidas con cinco longitudes distintas y con cada longitud se midió el periodo con tres amplitudes. Para disminuir el error en cada medida se cronometraba el tiempo que tardaba el péndulo en oscilar 15 veces. Por evitar el error en el inicio de la oscilación se dejaba oscilar completamente una vez antes de empezar a contar el tiempo.

Las tablas completas con todas las medidas realizadas se presentan en el apéndice B, aquí se presenta un resumen con los valores experimentales obtenidos:

$l$ (cm)	20°	40°	60°	Teoría
15,0	$0,84 \pm 0,01$ s	$0,85 \pm 0,01$ s	$0,86 \pm 0,01$ s	0,77 s
18,9	$0,93 \pm 0,01$ s	$0,95 \pm 0,01$ s	$0,98 \pm 0,01$ s	0,87 s
25,0	$1,05 \pm 0,01$ s	$1,07 \pm 0,01$ s	$1,09 \pm 0,01$ s	1,00 s
36,8	$1,27 \pm 0,01$ s	$1,30 \pm 0,01$ s	$1,32 \pm 0,01$ s	1,21 s
50,0	$1,47 \pm 0,01$ s	$1,50 \pm 0,01$ s	$1,52 \pm 0,01$ s	1,41 s

representemoslo ahora en función de  $\sqrt{l}$

$\sqrt{l}$ (cm)	20°	40°	60°	Teoría
3,87	$0,84 \pm 0,01$ s	$0,85 \pm 0,01$ s	$0,86 \pm 0,01$ s	0,77 s
4,34	$0,93 \pm 0,01$ s	$0,95 \pm 0,01$ s	$0,98 \pm 0,01$ s	0,87 s
5,00	$1,05 \pm 0,01$ s	$1,07 \pm 0,01$ s	$1,09 \pm 0,01$ s	1,00 s
6,06	$1,27 \pm 0,01$ s	$1,30 \pm 0,01$ s	$1,32 \pm 0,01$ s	1,21 s
7,07	$1,47 \pm 0,01$ s	$1,50 \pm 0,01$ s	$1,52 \pm 0,01$ s	1,41 s

en la figura ?? se representa el periodo  $T$  s en función de  $\sqrt{l}$  cm mientras que en la figura 4 se representa  $T(l) = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  s:



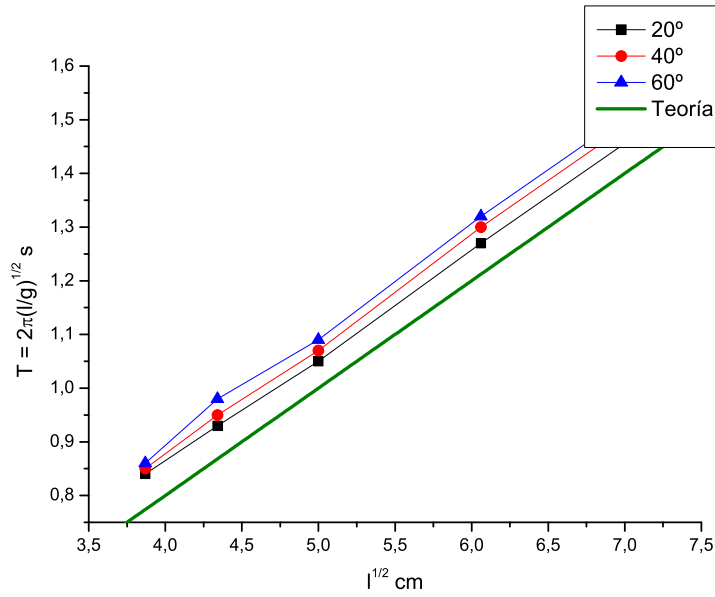


Figura 3: Datos experimentales Vs. Teoría

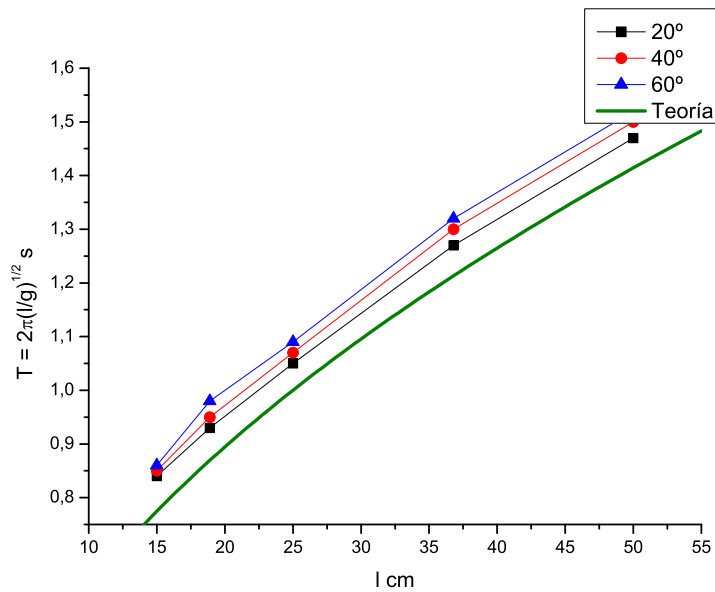


Figura 4: Datos experimentales Vs. Teoría

Observando la ligera variación del periodo al mantener constante la longitud del cable e ir variando la amplitud de la oscilación y debido a la poca precisión del experimento podríamos concluir que el periodo de oscilación no depende de la amplitud del movimiento; esto no es del todo cierto ya que la fórmula (3) es sólo válida para oscilaciones menores de  $10^\circ$ .

Cuando la amplitud de un péndulo se hace grande, su movimiento continúa siendo periódico pero deja de ser armónico simple. Para determinar el periodo debe tenerse en cuenta una ligera dependencia con la amplitud. Para una amplitud angular cualquiera  $A_0$  se demuestra que el periodo viene dado por la expresión:

$$T = T_0 \left[ 1 + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} A_0 + \frac{1}{2^2} \left( \frac{3}{4} \right)^2 \sin^4 \frac{1}{2} A_0 + \dots \right] \quad (5)$$

en donde  $T_0 = 2\pi\sqrt{l/g}$  es el periodo correspondiente a amplitudes muy pequeñas.

### 3.3.2. Longitud del cable del Péndulo de Foucault

Se realizaron cinco medidas de cinco oscilaciones completas del péndulo, obteniendo los siguientes resultados:

t ± 0,01 s(5 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
43,00	8,60	8,61	0,01
43,12	8,62		0,01
43,05	8,61		0,00
43,09	8,62		0,01
43,03	8,60		0,01
dispersión media en el periodo			0,01
valor tomado experimentalmente			8,61 ± 0,01 s

Cuadro 10: Periodo del Péndulo de Foucault

ahora usando (4) podemos calcular la longitud del cable; cuyo error vendrá dado por:

$$dl^2 = \left[ \frac{\partial l}{\partial g} dg \right]^2 + \left[ \frac{\partial l}{\partial T} dT \right]^2 + \left[ \frac{\partial l}{\partial \pi} d\pi \right]^2 \quad (6)$$

donde:

$$\begin{aligned} \frac{\partial l}{\partial g} &= \frac{T^2}{4\pi^2} \\ \frac{\partial l}{\partial T} &= \frac{gT}{2\pi^2} \\ \frac{\partial l}{\partial \pi} &= -\frac{gT^2}{\pi^3} \end{aligned}$$

donde podemos reescribir (6):

$$dl = \sqrt{\left[ \frac{T^2}{4\pi^2} dg \right]^2 + \left[ \frac{gT}{2\pi^2} dT \right]^2 + \left[ \frac{gT^2}{\pi^3} d\pi \right]^2}$$

ó

$$\Delta l = \sqrt{\left[ \frac{T^2}{4\pi^2} \Delta g \right]^2 + \left[ \frac{gT}{2\pi^2} \Delta T \right]^2 + \left[ \frac{gT^2}{\pi^3} \Delta \pi \right]^2} \quad (7)$$

y tomando los datos del cuadro (3.3.2):

$$\begin{aligned} g \pm \Delta g &= 9,81 \pm 0,01 \text{ m/s}^2 \\ T \pm \Delta T &= 8,61 \pm 0,01 \text{ s} \\ \pi \pm \Delta \pi &= 3,14 \pm 0,01 \end{aligned}$$

podemos calcular la longitud y su error:

$$l = 18,43 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \Delta l &= \sqrt{0,00 + 0,00 + 0,01} \\ &= 0,1 \text{ m} \end{aligned}$$

donde tomando una sola cifra decimal en el error:

$$l \pm \Delta l = 18,4 \pm 0,1 \text{ m}$$

### 3.4. Análisis de los errores cometidos

#### 3.4.1. Periodo $T$ del péndulo simple

Nuestras medidas como se observa en las gráficas de las figuras 3 y 4 no son acordes con la teoría. Para justificar tal desacuerdo hemos de apelar a que el periodo dado por  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  es sólo válido para amplitudes menores de  $5^\circ$  y nuestras medidas, por mayor facilidad y simplicidad, se realizaron con amplitudes de  $20^\circ$ ,  $40^\circ$  y  $60^\circ$ .

#### 3.4.2. Longitud del cable del Péndulo de Foucault

Calcularemos el error relativo del valor calculado:

$$E_r = 0,54 \%$$

## 4. Medida de masa y peso

### 4.1. Características de los instrumentos

Calibrado de un dinamómetro. Cajas de pesas

### 4.2. Medidas a realizar

En esta práctica se trataba de comprobar que el dinamómetro proporcionado estuviese bien calibrado; para ello se pesaron las pesas en una balanza de mayor precisión que el dinamómetro y luego se comprobó que peso medía el dinamómetro al colgarle distintas combinaciones de pesas.

### 4.3. Resultados

El peso  $P$  de una masa  $m$ , fuerza con que la Tierra atrae a dicha masa, cuando nos encontramos sobre la superficie de la misma viene dado por  $P = mg$ , donde  $g = 9,81 \pm 0,01 \text{ m/s}^2$  es la aceleración de la gravedad.

Si calculamos el peso a partir de la masa será  $P \pm \Delta P$  donde:

$$P = mg$$

$$dP = \sqrt{\left[\frac{\partial P}{\partial m} dm\right]^2 + \left[\frac{\partial P}{\partial g} dg\right]^2}$$

donde

$$\frac{\partial P}{\partial m} = g$$

$$\frac{\partial P}{\partial g} = m$$

por lo que

$$P \pm \Delta P = mg \pm \sqrt{[g\Delta m]^2 + [m\Delta g]^2} \quad (8)$$

**Sensibilidad** 0,1 N

**Error de cero** 0,0 N

**Rango** 0,0 – 5,0 N

Las medidas de las masas en la balanza se encuentran en el apéndice C. En el cuadro (4.3) se encuentran los resultados obtenidos:

Pesas	Soporte	1 pesa	2 pesas	3 pesas	4 pesas	5 pesas
Masa	$20,3 \pm 0,1 \text{ g}$	$70,1 \pm 0,1 \text{ g}$	$119,8 \pm 0,1 \text{ g}$	$169,9 \pm 0,1 \text{ g}$	$220,2 \pm 0,1 \text{ g}$	$269,5 \pm 0,1 \text{ g}$
Pesa	20 g	70 g	120 g	170 g	220 g	270 g

Cuadro 11: Resultados de las pesadas en la balanza

puesto que al medir pesos en el dinamómetro hemos obtenido siempre el mismo resultado sin ninguna fluctuación en los valores medidos(seguramente debido a la poca precisión del aparato  $\pm 0,1 \text{ N}$ ) no realizamos ningún análisis de errores sobre ellos y procedemos a compararlos con los pesos teóricos calculados a partir de las masas obtenidas en la balanza según (8):

donde debido a que la masa es muy pequeña comparada con la aceleración de la gravedad y dado que la incertidumbre en la medida siempre tiene que ser no nula hemos tenido que redondear “por lo alto” y hemos obtenido una medida de igual precisión a la realizada por el dinamómetro. El resultado también coincide por lo que concluimos que **el dinamómetro está perfectamente calibrado**. Esto es bastante lógico puesto que el dinamómetro era completamente nuevo, nosotros mismos lo sacamos de su envoltura de plástico.

Dinamómetro	(8)
$0,2 \pm 0,1$ N	$0,2 \pm 0,1$ N
$0,7 \pm 0,1$ N	$0,7 \pm 0,1$ N
$1,2 \pm 0,1$ N	$1,2 \pm 0,1$ N
$1,7 \pm 0,1$ N	$1,7 \pm 0,1$ N
$2,2 \pm 0,1$ N	$2,2 \pm 0,1$ N
$2,6 \pm 0,1$ N	$2,6 \pm 0,1$ N

Cuadro 12: Comparación de resultados.

Pesas	$E_r$
Soporte	0,49 %
1 pesa	0,14 %
2 pesas	0,08 %
3 pesas	0,05 %
4 pesas	0,06 %
5 pesas	0,04 %

Cuadro 13: Error relativo de las pesadas en la balanza.

Pesas	$E_r$
Soporte	50,0 %
1 pesa	14,2 %
2 pesas	8,33 %
3 pesas	5,88 %
4 pesas	4,54 %
5 pesas	3,84 %

Cuadro 14: Error relativo de las medidas del dinamómetro.

#### 4.4. Análisis de los errores cometidos

Calculemos los errores relativos de las medidas realizadas:

donde se puede observar que el dinamómetro ofrece medidas fiables a partir de los 2 N ya que antes el valor es demasiado pequeño y el error relativo es muy grande.

## A. Descripción de los instrumentos de medida de longitudes

### A.1. Palmer

El palmer consiste en una pieza en forma de U en la que en un extremo hay un tope fijo y en el otro extremo, alineado con este tope, hay una tuerca sobre la que avanza un tornillo en una escala que marca las vueltas que da el tornillo. A su vez el propio tornillo posee un limbo graduado en fracciones de vuelta.

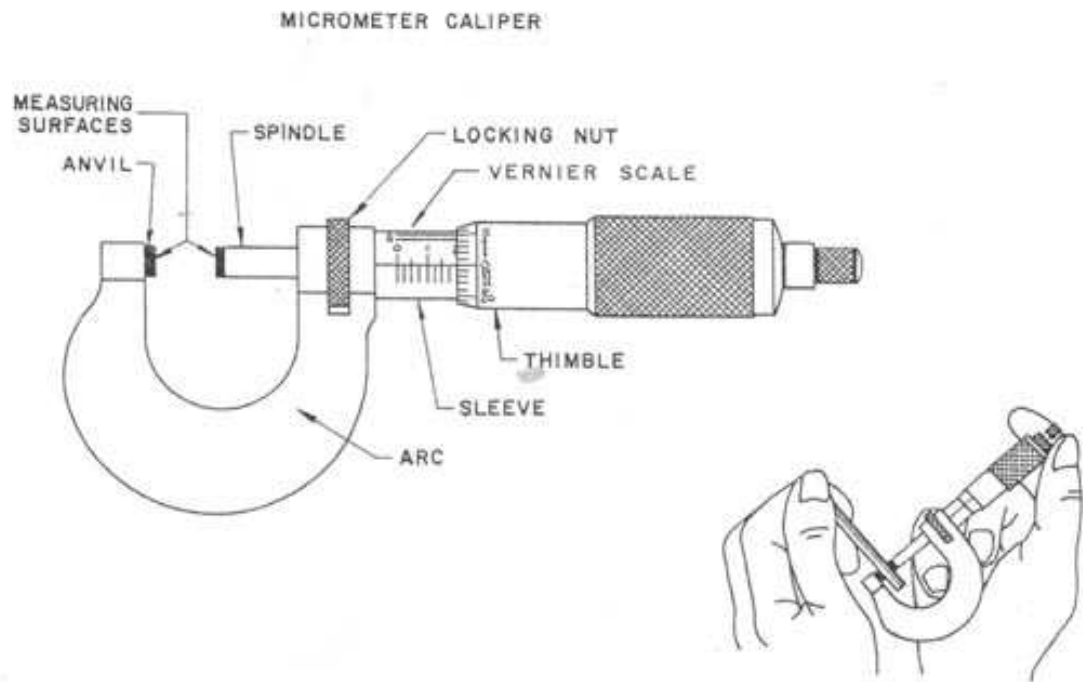


Figura 5: Palmer

Los más corrientes tienen un avance de 0,05 mm por cada vuelta y ésta se subdivide en 50 partes, por lo que la sensibilidad valdrá 0,01 mm. El “error de cero” es un problema que se presenta en los tornillos micrométricos y se debe a que, por su deterioro, mal uso o indebida calibración, cuando el tornillo toca tope fijo, en el limbo no está situado el 0, sino algún otro valor, y es necesario tener en cuenta este valor inicial para efectuar una buena medida.

### A.2. Nonius y calibre o pie de rey

El Nonius consiste en dos escalas de las que una está fija, *regla*, y otra es móvil y se desliza sobre la fija, *reglilla*. Estas dos escalas están graduadas de modo que  $n$  divisores de la reglilla corresponden a  $n - 1$  de la regla.

Si  $D$  es el tamaño de las divisiones de la regla y  $d$  el de la reglilla, siempre se cumple:

$$nd = (n - 1)D$$

y la longitud de la división de la reglilla es  $d = (n - 1)D/n$ . La sensibilidad,  $p$ , del Nonius viene dada por la diferencia entre las longitudes de una división de la regla y otra de la reglilla, su valor es:

$$p = D - d = \frac{D}{n}$$

Es decir, la sensibilidad del nonius es el cociente entre la dimensión de la unidad de la regla y el número de divisiones de la reglilla.

Así, cuando la regla va graduada en milímetros y la reglilla tiene diez divisiones, el Nonius puede detectar 0,10 mm (Nonius decimal).

El Nonius es un elemento auxiliar que se utiliza para mejorar la sensibilidad en la lectura de las escalas de los aparatos de medida.

Un aparato que hace uso de esta mejora es el **Calibre o Pie de Rey**. Éste instrumento fue el usado para realizar las medidas en el laboratorio y se emplea para medir espesores de piezas y dimensiones interiores y exteriores de cuerpos complejos.

En la figura A.2 podemos ver el esquema del Nonius y en la figura A.2 podemos ver un ejemplo de una medida realizada con el mismo.

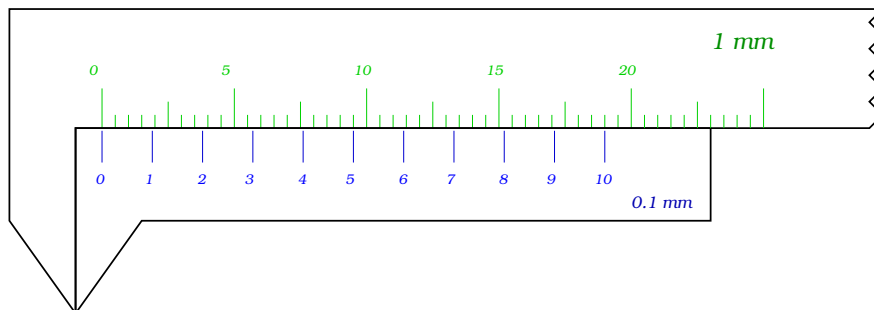


Figura 6: Esquema del Nonius

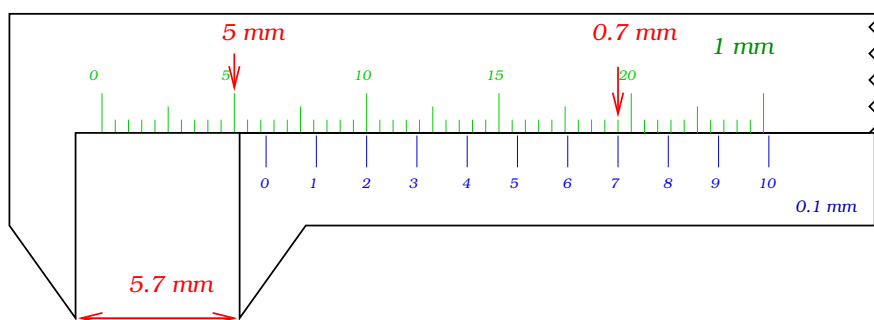


Figura 7: Ejemplo de medida realizada con el Nonius

## B. Tablas de datos del periodo del péndulo simple

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
12,44	0,83	0,84	0,01
12,69	0,85		0,01
12,62	0,84		0,00
12,65	0,84		0,00
12,55	0,84		0,00
dispersión media en el periodo			0,00
valor tomado experimentalmente			0,84 ± 0,01 s

Cuadro 15:  $l = 15,0 \text{ cm}$ ;  $A = 20^\circ$ 

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
12,78	0,85	0,85	0,00
12,72	0,85		0,00
12,69	0,85		0,00
12,75	0,85		0,00
12,80	0,85		0,00
dispersión media en el periodo			
valor tomado experimentalmente			0,85 ± 0,01 s

Cuadro 16:  $l = 15,0 \text{ cm}$ ;  $A = 40^\circ$ 

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
12,85	0,86	0,86	0,00
12,90	0,86		0,00
12,87	0,86		0,00
12,89	0,86		0,00
12,90	0,86		0,00
dispersión media en el periodo			0,00
valor tomado experimentalmente			0,86 ± 0,01 s

Cuadro 17:  $l = 15,0 \text{ cm}$ ;  $A = 60^\circ$ 

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
14,00	0,93	0,9345	0,001
14,00	0,93		0,001
14,03	0,94		0,001
14,06	0,94		0,003
14,00	0,93		0,001
dispersión media en el periodo			0,001
valor tomado experimentalmente			0,93 ± 0,01 s

Cuadro 18:  $l = 18,9 \text{ cm}$ ;  $A = 20^\circ$



t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
14,28	0,95	0,95	0,00
14,22	0,95		0,00
14,25	0,95		0,00
14,13	0,94		0,01
14,44	0,96		0,01
dispersión media en el periodo			0,00
valor tomado experimentalmente			0,95 ± 0,01 s

Cuadro 19:  $l = 18,9 \text{ cm}$ ;  $A = 40^\circ$ 

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
14,68	0,98	0,98	0,00
14,57	0,97		0,01
14,72	0,98		0,00
14,69	0,98		0,00
14,75	0,98		0,00
dispersión media en el periodo			0,00
valor tomado experimentalmente			0,98 ± 0,01 s

Cuadro 20:  $l = 18,9 \text{ cm}$ ;  $A = 60^\circ$ 

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
15,82	1,05	1,05	0,00
15,75	1,05		0,00
15,80	1,05		0,00
15,85	1,06		0,01
15,90	1,06		0,01
dispersión media en el periodo			0,00
valor tomado experimentalmente			1,05 ± 0,01 s

Cuadro 21:  $l = 25,0 \text{ cm}$ ;  $A = 20^\circ$ 

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
16,03	1,07	1,07	0,00
15,88	1,06		0,01
16,22	1,08		0,01
16,16	1,08		0,01
15,93	1,06		0,01
dispersión media en el periodo			0,01
valor tomado experimentalmente			1,07 ± 0,01 s

Cuadro 22:  $l = 25,0 \text{ cm}$ ;  $A = 40^\circ$ 

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
16,32	1,09	1,09	0,00
16,31	1,09		0,00
16,36	1,09		0,00
16,40	1,09		0,00
16,29	1,09		0,00
dispersión media en el periodo			0,00
valor tomado experimentalmente			1,09 ± 0,01 s

Cuadro 23:  $l = 25,0 \text{ cm}$ ;  $A = 60^\circ$

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
18,91	1,26	1,27	0,01
19,16	1,28		0,01
19,09	1,27		0,0
19,22	1,28		0,01
19,03	1,27		0,00
dispersión media en el periodo			0,01
valor tomado experimentalmente			1,27 ± 0,01 s

Cuadro 24:  $l = 36,8 \text{ cm}$ ;  $A = 20^\circ$ 

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
19,28	1,29	1,30	0,01
19,47	1,30		0,00
19,75	1,32		0,02
19,28	1,29		0,01
19,35	1,29		0,01
dispersión media en el periodo			0,01
valor tomado experimentalmente			1,30 ± 0,01 s

Cuadro 25:  $l = 36,8 \text{ cm}$ ;  $A = 40^\circ$ 

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
19,57	1,30	1,32	0,02
19,93	1,32		0,00
19,94	1,33		0,01
19,78	1,32		0,00
19,79	1,32		0,00
dispersión media en el periodo			0,01
valor tomado experimentalmente			1,32 ± 0,01 s

Cuadro 26:  $l = 36,8 \text{ cm}$ ;  $A = 60^\circ$ 

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
22,13	1,48	1,47	0,01
22,06	1,47		0,00
21,94	1,46		0,01
21,97	1,46		0,01
22,06	1,47		0,00
dispersión media en el periodo			0,01
valor tomado experimentalmente			1,47 ± 0,01 s

Cuadro 27:  $l = 50,0 \text{ cm}$ ;  $A = 20^\circ$ 

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
22,50	1,50	1,50	0,00
22,41	1,49		0,01
22,41	1,49		0,01
22,75	1,52		0,02
22,28	1,49		0,01
dispersión media en el periodo			0,01
valor tomado experimentalmente			1,50 ± 0,01 s

Cuadro 28:  $l = 50,0 \text{ cm}$ ;  $A = 40^\circ$

t ± 0,01 s(15 osc.)	T ± 0,01 s	T <sub>m</sub> s	dispersión
22,75	1,52	1,52	0,00
22,85	1,52		0,00
22,97	1,53		0,01
22,81	1,52		0,00
22,78	1,52		0,00
dispersión media en el periodo			0,00
valor tomado experimentalmente			1,52 ± 0,01 s

Cuadro 29:  $l = 50,0 \text{ cm}$ ;  $A = 60^\circ$ 

## C. Tablas de datos de pesado de las pesas

Características de la balanza:

**Sensibilidad** 0,1 g

**Error de Cero** 0,0 g

El error de cero de la balanza es controlable ya que ésta tiene un tornillo que permite regular la posición sin peso y así disminuir(eliminar) el error de cero.

**Soporte de las pesas** El soporte indica que tiene una masa de 20 g

Masa( $\pm 0,1$ g)	$x_m$ (g)	dispersión(g)
20,3	20,3	0,0
20,3		0,0
20,2		0,1
20,3		0,0
20,3		0,0
dispersión media de la masa		0,0
valor experimental tomado		$20,3 \pm 0,1$ g

Cuadro 30: Masa del soporte de las pesas

**Soporte de las pesas y una pesa** El soporte indica que tiene una masa de 20 g y cada pesa indica 50 g por lo que la masa será 70 g.

Masa( $\pm 0,1$ g)	$x_m$ (g)	dispersión(g)
70,1	70,1	0,0
70,1		0,0
70,1		0,0
70,1		0,0
70,1		0,0
dispersión media de la masa		0,0
valor experimental tomado		$70,1 \pm 0,1$ g

Cuadro 31: Masa del soporte y una pesa

**Soporte de las pesas y dos pesas** El soporte indica que tiene una masa de 20 g y cada pesa indica 50 g por lo que la masa será 120 g.

**Soporte de las pesas y tres pesas** El soporte indica que tiene una masa de 20 g y cada pesa indica 50 g por lo que la masa será 170 g.

**Soporte de las pesas y cuatro pesas** El soporte indica que tiene una masa de 20 g y cada pesa indica 50 g por lo que la masa será 220 g.

**Soporte de las pesas y cinco pesas** El soporte indica que tiene una masa de 20 g y cada pesa indica 50 g por lo que la masa será 270 g.

Masa( $\pm 0,1$ g)	$x_m$ (g)	dispersión(g)
119,8	119,8	0,0
119,8		0,0
119,8		0,0
119,8		0,0
119,8		0,0
dispersión media de la masa		0,0

valor experimental tomado	$119,8 \pm 0,1$ g
---------------------------	-------------------

Cuadro 32: Masa del soporte y dos pesas

Masa( $\pm 0,1$ g)	$x_m$ (g)	dispersión(g)
169,9	169,9	0,0
169,9		0,0
169,9		0,0
169,8		0,1
170,0		0,1
dispersión media de la masa		0,0

valor experimental tomado	$169,9 \pm 0,1$ g
---------------------------	-------------------

Cuadro 33: Masa del soporte y tres pesas

Masa( $\pm 0,1$ g)	$x_m$ (g)	dispersión(g)
220,0	220,0	0,0
220,1		0,1
220,0		0,0
220,0		0,0
219,9		0,1
dispersión media de la masa		0,0

valor experimental tomado	$220,2 \pm 0,1$ g
---------------------------	-------------------

Cuadro 34: Masa del soporte y cuatro pesas

Masa( $\pm 0,1$ g)	$x_m$ (g)	dispersión(g)
269,4	269,5	0,1
269,5		0,0
269,4		0,1
269,6		0,1
269,4		0,1
dispersión media de la masa		0,1

valor experimental tomado	$269,5 \pm 0,1$ g
---------------------------	-------------------

Cuadro 35: Masa del soporte y cinco pesas

## Referencias

- [1] J. Satoca F. Tejerina M. Traver J.F. Dalmau, M. Pérez. *Física y Química*. Bachillerato. Anaya Andalucía, 1 edition, 2002.
- [2] Javier Tarrio. Tratamiento y propagación de errores, Diciembre 2003.
- [3] Paul A. Tipler. *Física para la ciencia y la tecnología*, volume 1. Ed. Reverté S.A., iv edition, 1999.
- [4] Wikipedia. Wikipedia, 2004.