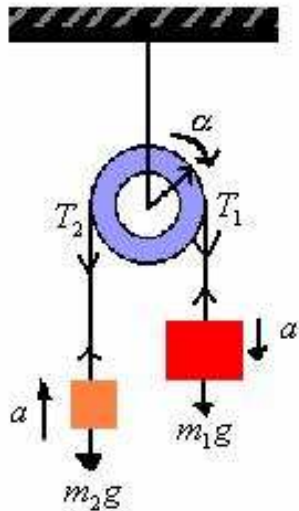


Atrapado en un ascensor

Práctica 9

1. Introducción teórica

Máquina de Atwood



La máquina de Atwood esta formada por 2 masas, m_1 y m_2 , conectadas mediante una cuerda (inextensible) que las une a través de una polea, la masa de la cual consideraremos despreciable frente a m_1 y m_2 . Considerando el rozamiento con el aire despreciable y que $m_1 > m_2$ (según el dibujo) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$m_1 g - T_1 = m_1 a$$

$$m_2 g - T_2 = -m_2 a$$

$$T_1 = T_2$$

De donde se obtiene la dependencia de la aceleración con

las masas: $a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$. La máquina de Atwood

permite la determinación del valor de la aceleración de la gravedad, midiendo la aceleración producida en el sistema y las masas. El mismo esquema de la máquina de Atwood es usado en los ascensores con contrapeso y en los Funiculares.

El estudio del movimiento de un cuerpo en un fluido es complicado con lo cual a continuación solo tratare el caso que tendrá utilidad en la práctica, el del movimiento de una esfera.

Régimen laminar

En este régimen debido a la viscosidad del fluido las capas de fluido en contacto con la esfera se quedan adheridas, sobre estas capas se deslizan las capas contiguas (debido a la viscosidad) con menor velocidad según se alejan de la esfera. Sobre la esfera aparece una fuerza de rozamiento que se opone al movimiento, que en el caso de régimen laminar se puede expresar mediante la fórmula de Stokes: $F(v) = 6\pi\eta av$ donde η es la viscosidad, a el radio de la esfera y v la velocidad de la esfera (respecto el fluido)

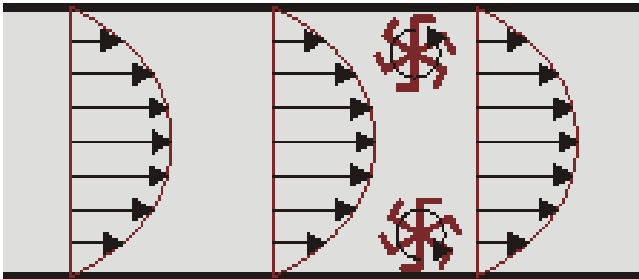


Flujo laminar en torno al perfil de un objeto

Régimen turbulento

Cuando la velocidad de la esfera es superior a un cierto valor crítico el régimen deja de ser laminar para ser turbulento (el fluido no se desliza en forma de lamina sino que aparecen remolinos). Estos remolinos son más abundantes en las zonas donde la velocidad del fluido cambia de forma abrupta, es decir en la parte posterior de la esfera. En este caso la expresión para la fuerza de rozamiento se debe a Newton:

$F(v) = \frac{1}{2} C_d \rho \pi a^2 v^2$ donde C_d es el coeficiente de forma y depende de la forma del cuerpo.

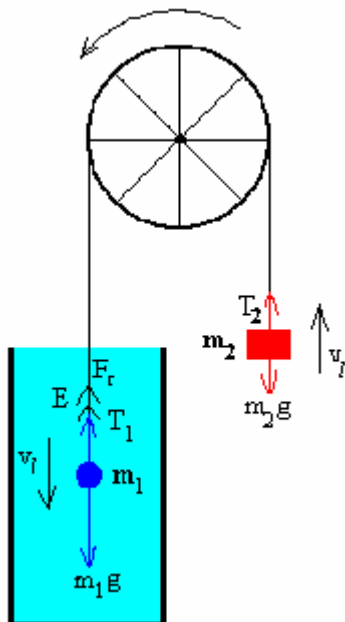


Numero de Reynolds

El número de Reynolds es un número adimensional que permite caracterizar el régimen del fluido en que estamos trabajando, se define como: $Re = \frac{\rho l v}{\eta}$ donde l en nuestro caso es el diámetro de la esfera.

$$\begin{cases} Re \ll 1 & \text{Régimen laminar} \\ 10^3 < Re < 2 \cdot 10^5 & \text{Régimen turbulento} \end{cases}$$

Ecuaciones de movimiento de una esfera en un fluido



En el sistema intervienen 4 fuerzas, el peso de la esfera, el empuje, la fuerza de rozamiento y la tensión de la polea. R_p radio de la polea, I momento de inercia de la polea.

$$m_1 g - \frac{4}{3} \pi a^3 \rho g - F_r(z) - T_1 = m_1 \ddot{z}$$

$$T_2 - m_2 g = m_2 \ddot{z}$$

$$(T_1 - T_2) R_p = 2I \frac{\ddot{z}}{R_p}$$

Sumando las 3 ecuaciones y sustituyendo $M = m_1 + m_2 + \frac{2I}{R_p^2}$ se obtiene:

$$m_{ef} = m_1 - m_2$$

$M \ddot{z} = m_{ef} g - \frac{4}{3} \pi a^3 \rho g - F_r(\dot{z})$ Se observa que existe una velocidad límite (la aceleración inicialmente será positiva, considerando el movimiento hacia el suelo como positivo, y ira adquiriendo velocidad con lo cual aumentara la fuerza de rozamiento, en el momento que la fuerza de rozamiento iguale al peso efectivo y al empuje la aceleración será nula), igualando la expresión anterior a 0 y sustituyendo la fuerza de rozamiento por la de correspondiente para régimen laminar y turbulento se obtiene:

Velocidad límite régimen laminar

$$v_l = \frac{g}{6\pi\eta a} (m_{ef} - \frac{4}{3} \pi a^3 \rho)$$

Velocidad límite régimen turbulento

$$v_l = \left(\frac{2g}{\pi a^2 \rho C_d} \right)^{1/2} \left(m_{ef} - \frac{4}{3} \pi a^3 \rho \right)^{1/2}$$

2. Desarrollo experimental

Primera parte

En la primera parte se utilizara la máquina de Atwood (compuesta por 2 poleas) para el caso en el que el fluido en el que se mueven las masas es el aire, despreciando el rozamiento con el aire la aceleración viene dada por la siguiente fórmula

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \text{ primero se hace una medida con las 2 masas iguales dando una}$$

pequeña velocidad inicial a una de las masas (el ordenador al cual esta conectado el sensor fotovoltáico del sistema de poleas se encarga de tomar las medidas de la velocidad y el tiempo)

$m_1 \pm 1g$	$m_2 \pm 1g$	$v \text{ m/s}$	R
39	39	-0.128t+0.383	-0.996

¿Has obtenido una recta?

Si, $V = 0.128t + 0.383$

¿Cuál es el significado físico de la pendiente?

La aceleración, $a = \frac{dv}{dt} = -0.128 \text{ m/s}^2$

En ausencia de rozamiento, la velocidad de los platillos debía ser uniforme. Sin embargo, esto no es lo que se obtiene. ¿Por qué?

Se debe a la existencia de rozamiento, hemos supuesto que el rozamiento era despreciable pero cuanto menor es la diferencia entre las masas mayor efecto tiene el rozamiento.

¿Serías capaz de calcular el valor de la fuerza de rozamiento?

Como la fuerza gravitatoria se anula con la tensión de la cuerda y el empuje aerostático que en general es despreciable en este caso también se anula ya que los dos platillos son iguales (teóricamente) la única fuerza existente es la de la de rozamiento, por tanto

$F_r = ma = -0.0100 \pm 0.0003\text{N}$ El error se ha calculado considerando que el error de la aceleración era 0.001m/s^2 ya que el ordenador no proporcionaba el error de la pendiente.

A continuación se añade a cada platillo una pesa de 100g y sobre uno de ellos tantas pesas pequeñas como sea posible, una vez determinada la masa de los platillos se suelta el platillo más pesado desde la posición alta de la máquina de Atwood y se deja que el ordenador tome las medidas, al finalizar la medida se pasa una de las masas pequeñas al otro platillo.

$m_1 \pm 1g$	$m_2 \pm 1g$	$v \text{ m/s}$	R
248	139	$2.72t+1.07$	0.991
228	159	$1.75t+0.550$	1
208	179	$0.713t+0.421$	0.989
228	199	$0.642t+0.276$	0.997

Respecto la primera medida ¿Notas algún cambio significativo en la grafica al compararla con la del apartado anterior? ¿Es lo que esperabas?

La principal diferencia es el signo de la pendiente, en este caso es positivo (adquiere velocidad debido a la gravedad), mientras que en el caso anterior era negativo (perdía velocidad debido al rozamiento). También mirando en valor absoluto la aceleración en este apartado ha sido aproximadamente 20 veces mayor que en el apartado anterior. Se corresponde con lo que cabría esperar.

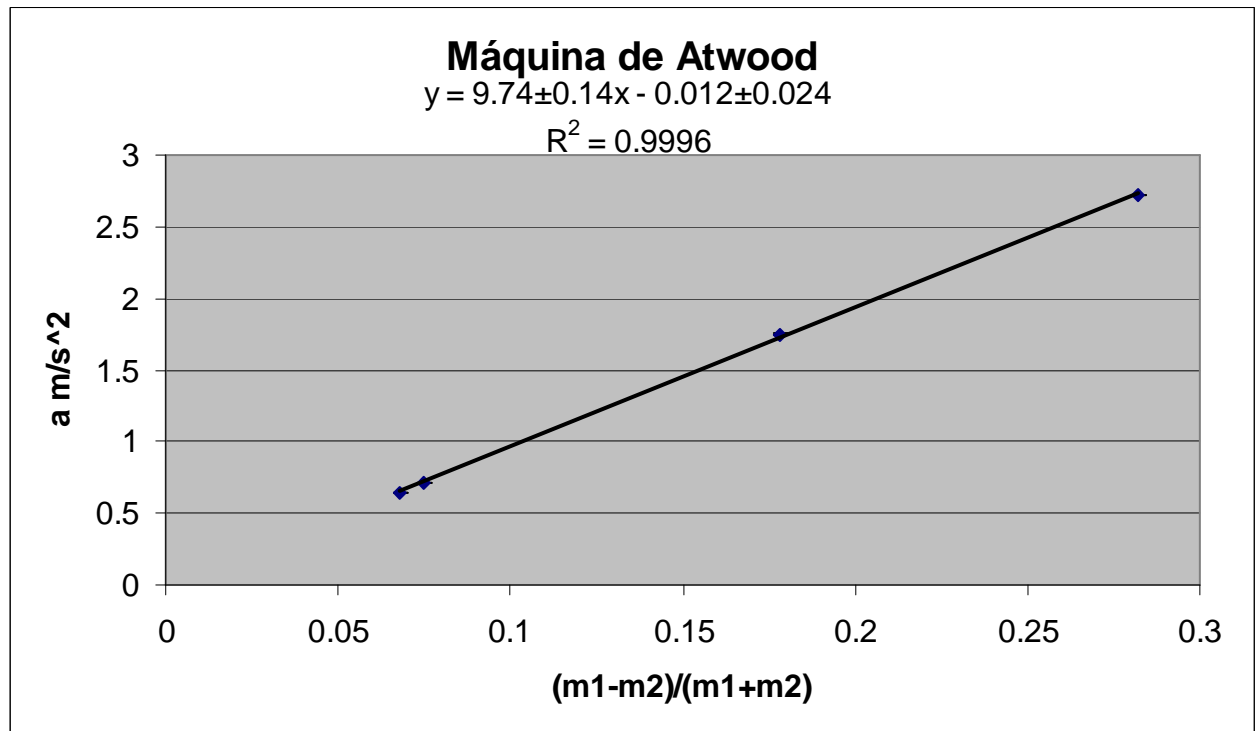
¿Frente a que valores debes representar la aceleración para obtener el valor de g?

Teniendo en cuenta la fórmula $a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$ hay que representar la aceleración

respecto el cociente entre la diferencia de las masas y su suma.

$m_1 \pm 1g$	$m_2 \pm 1g$	$m_1 - m_2 \pm 1.4g$	$m_1 + m_2 \pm 1.4g$	$a \pm 0.001\text{m/s}^2$
248	139	109	387	2.720
228	159	69	387	1.750
208	179	29	387	0.713
228	199	29	427	0.642

$a \pm 0.001 m / s^2$	$\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$
2.720	0.282 ± 0.004
1.750	0.178 ± 0.004
0.713	0.075 ± 0.004
0.642	0.068 ± 0.003

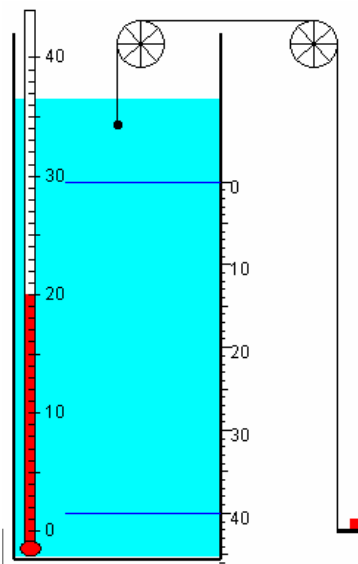


$$g = 9.74 \pm 0.14 m / s^2$$

$-0.012 \pm 0.024 m / s^2$ Compatible con 0, como cabría esperar debido a la fórmula

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

Segunda parte



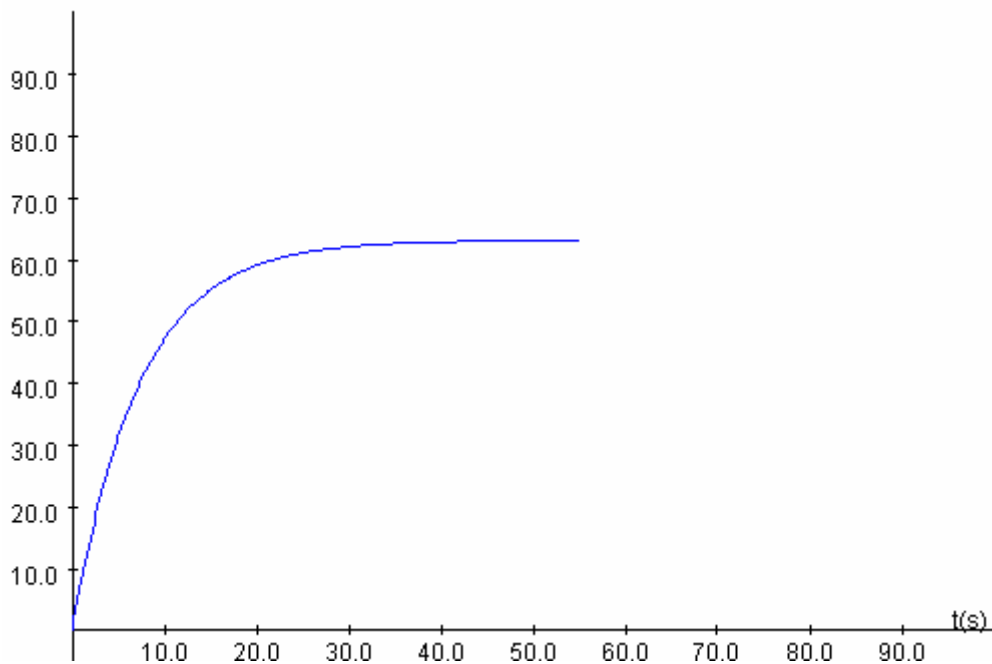
En la segunda parte, se coloca una esfera en uno de los extremos de la cuerda de tal modo que el desplazamiento de la esfera se efectúe en un cilindro de agua y se realizan distintas medidas de la velocidad límite para diferentes contrapesos. Para calcular la velocidad límite lo que hicimos en la práctica fue una vez teníamos la grafica en el ordenador acudíamos a la tabla de datos y anotábamos aquel valor que estaba estable en los últimos datos.

$$m_{\text{esfera}} = 55 \pm 1 \text{ g}$$

$m_{cp} \pm 1 \text{ g}$	$v_l \pm 0.1 \text{ m/s}$
7	1.80
12	1.77
14	1.71
22	1.49
24	1.42
32	1.13
34	1.04
42	0.645
49	0.493

¿Qué tipo de curva se observa?

La curva de velocidad respecto al tiempo que se observa correspondería a una raíz cuadrada, sería del siguiente tipo:



¿Puedes determinar a partir de la gráfica lo que vale la velocidad límite?

A partir de la gráfica es posible determinar la velocidad límite pero como he dicho al principio de esta parte era más fiable recurrir a la tabla de datos, para obtenerla.

Determina el número de Reynolds

$$l = 1.12 \pm 0.01 \text{ cm}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\eta = 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$$

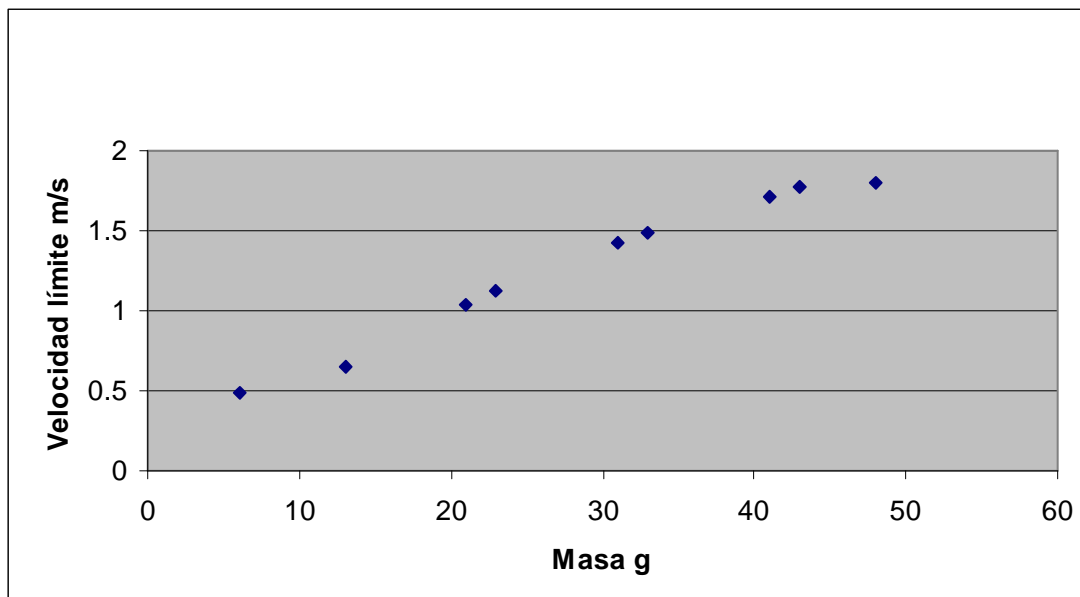
$$\text{Re} = \frac{\rho l v}{\eta}$$

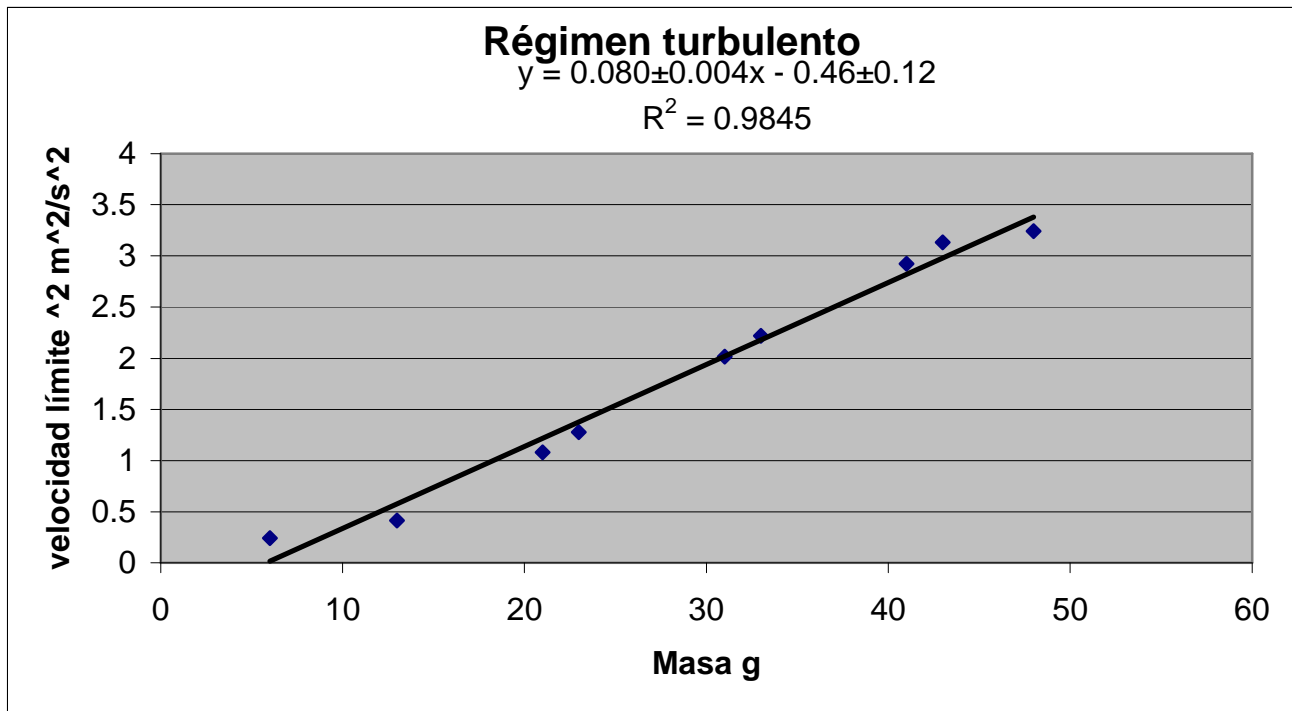
$v_l \pm 0.1 m/s$	Re
1.80	40300 ± 400
1.77	39700 ± 400
1.71	38300 ± 400
1.49	33400 ± 400
1.42	31800 ± 400
1.13	25300 ± 300
1.04	23300 ± 300
0.645	14400 ± 300
0.493	11000 ± 200

¿Puedes determinar en que régimen nos encontramos?

Teniendo en cuenta los números de Reynolds obtenidos en todos los casos era un régimen turbulento.

Representa la velocidad límite en función de la masa efectiva





¿Qué parámetros característicos del fluido y de la esfera puedes obtener a partir de la pendiente y de la ordenada en el origen?

$$v_l^2 = \left(\frac{2g}{\pi a^2 \rho C_d} \right) \left(m_{ef} - \frac{4}{3} \pi a^3 \rho \right) \rightarrow \begin{cases} \frac{2g}{\pi a^2 \rho C_d} = 0.080 \pm 0.004 m^2 / g \cdot s^2 \\ \frac{8g}{3C_d} a = 0.46 \pm 0.12 m^2 / s^2 \end{cases}$$

Se puede obtener la densidad del fluido y el coeficiente de forma de la esfera.

$$C_d = \frac{8g}{3 \cdot 0.46} a = 0.63 \pm 0.16$$

$$\rho = \frac{2g}{0.08 \pi a^2 C_d} = 1000 \pm 300 kg / m^3$$

En base a la experiencia adquirida en la práctica responde razonadamente, ¿Qué paracaidista llegara al suelo con mayor velocidad (límite), el delgado o el grueso?



Teniendo en cuenta la experiencia de la práctica, cuanto mayor era la diferencia entre la esfera y el contrapeso mayor era la velocidad límite, así que si suponemos que las personas las podemos aproximar por esferas (al menos que el comportamiento es similar), llegaría con mayor velocidad límite el grueso ya que es el mismo sistema de la práctica pero suponiendo que el contrapeso es 0.

¿Cuál de los 2 llegara antes al suelo? (los dos abren el paracaídas cuando tienen la misma velocidad inicial)

Llegara antes el grueso debido a que tiene una velocidad límite mayor.

Galileo demostró que bajo la acción de la gravedad, dos cuerpos de distinta masa que se dejan caer desde una cierta altura llegan al suelo al mismo tiempo. ¿Por qué nos cuesta tanto aceptar esta realidad física?

Por la experiencia cotidiana, por ejemplo si soltamos una hoja de papel y un bolígrafo a la vez vemos que el bolígrafo llega antes que la hoja de papel, ya que esta baja lentamente.

¿Qué fuerza altera en nuestra experiencia el efecto demostrado por Galileo?

La fuerza de rozamiento con el aire provoca la alteración, por ejemplo en el caso anterior la hoja de papel tiene una gran superficie de contacto (comparado con el bolígrafo) y poco peso con lo cual el efecto del rozamiento se nota más en la hoja de papel.

3. Conclusiones

La práctica ha salido bien, en la primera parte el cálculo del valor de la gravedad es compatible con el valor aceptado, y en la segunda el cálculo de la densidad del líquido es compatible con la densidad del agua. Una forma de mejorar la precisión del número de Reynolds sería disponer de un termómetro en el laboratorio para poder medir la temperatura del agua y así obtener la densidad y la viscosidad de forma más precisa mediante alguna tabla. También sería útil disponer de una esfera con menor densidad para estudiar el régimen laminar.