Jesús Pérez Rey. 2ºB de Bachillerato. N.º: 24

El péndulo simple

con oscilaciones de pequeña amplitud

Fundamento teórico

Ley del péndulo de Galileo Galilei

El péndulo simple o matemático es una estructura ideal que consiste en una masa puntual *m* (concentrada en un punto) suspendida de un punto fijo con un hilo inextensible, flexible y sin peso de longitud *l* que oscila, debido a la gravedad (*g*) alrededor de dicho punto con movimiento armónico simple en el vacío y sin rozamiento con un ángulo de *2Ø* describiendo un arco de *2s*.

El movimiento armónico simple con el que se mueve el péndulo simple es un movimiento en el que el móvil, al ser separado de su punto de equilibrio, se desplaza a una misma distancia a la derecha y a la izquierda de dicho punto de equilibrio con una aceleración que es proporcional en módulo a la distancia que le separa de la posición de equilibrio.

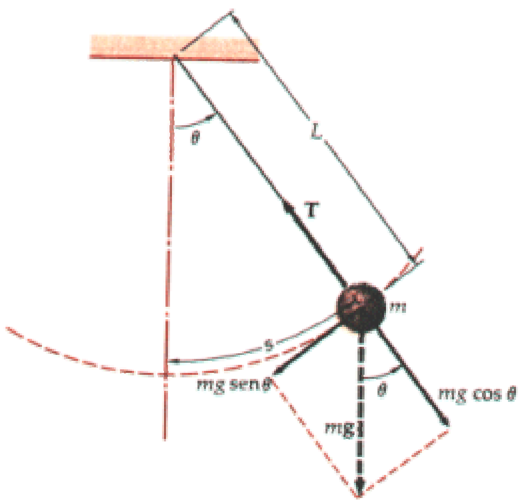
En los extremos, el peso ($m\,g$) se divide en dos componentes dando lugar el siguiente equilibrio de fuerzas:

•La primera componente es $m\,g\cos(\phi)$ que, al ser de dirección y módulo igual a la tensión (*T*) pero de sentido contrario, queda anulada por la tensión:

$$T = m\,g\cos(\phi)$$

•La segunda componente, perpendicular a la anterior, es la que origina el movimiento ya que:

$$F = -m\,g\sin(\phi)$$



Fuente: Péndulo simple”(véase bibliografía)

Pero si, en movimientos con valores pequeños de Ø tenemos en cuenta que $\sin(\phi) \simeq \phi$ y sustituimos $\sin(\phi)$ por Ø en la ecuación anterior, nos quedaría:

$$F = -m\,g\,\phi$$

y ya que el valor de un ángulo en radianes es la longitud del arco que describe partido del radio, podríamos escribirlo como:

$$F = -m\,g\,\frac{s}{l}$$

pero si se trata de una oscilación infinitesimal, entonces $s \simeq x$, así que la anterior ecuación podría escribirse como:

$$F = -m\,g\,\frac{x}{l}$$

y, al ser un movimiento armónico simple, si igualamos esto último con la ecuación de este tipo de movimientos ($F = -m\,\omega^2\,x$, donde ω es la velocidad angular) obtenemos:

$$\omega^2 = \frac{g}{l}$$

y, si sabemos que $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{P}$, siendo P el período (tiempo que tarda un móvil en pasar dos veces por la misma posición, es decir, en el caso del péndulo, en hacer una oscilación) por no llamarlo T para no confundirlo con la tensión, entonces obtendríamos, finalmente, la ecuación buscada:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

Aplicación Práctica

Objetivo

El objetivo de esta práctica será demostrar la ley del péndulo simple ($T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$) y determinar el valor de la gravedad a partir de dicha ley.

Material

- Soporte
- Nuez con mordaza
- Hilo
- Portapesas
- Pesas
- Cronómetro
- Medidor de ángulos

Procedimiento

Se supende el portapesas (péndulo) de la mordaza con el hilo y, para demostrar que el período de oscilación depende sólo de la longitud del hilo y no de la masa o el ángulo se realizan las siguientes pruebas:

a) Influencia de la masa

Manteniendo constantes el ángulo de amplitud y la longitud del hilo (medida desde el punto de sujección hasta el centro de gravedad del péndulo), se calcula el período para distintas masas.

Con un ángulo de 10° y una longitud del hilo de 0'48 m se obtiene la siguiente tabla:

Masa	Tiempo	Período
100 g	27'78 s	1'3890 s/vuelta
150 g	27'87 s	1'3935 s/vuelta
200 g	27'81 s	1'3905 s/vuelta

b) Influencia de la longitud del hilo

Manteniendo constantes el ángulo de amplitud y la masa del péndulo, se calcula el período para distintas longitudes del hilo.

Con un ángulo de 15° y una masa de 150 g se obtiene la siguiente tabla:

Longitud del hilo	**Tiempo**	**Período**
0'50 m	28'22 s	1'4110 s/vuelta
0'57 m	30'34 s	1'5170 s/vuelta
0'73 m	34'32 s	1'7160 s/vuelta
0'79 m	35'90 s	1'7950 s/vuelta
0'83 m	38'57 s	1'9285 s/vuelta

c) Influencia de la amplitud

Manteniendo constantes la longitud del hilo y la masa del péndulo, se calcula el período para distintos ángulos de amplitud.

Con un longitud del hilo de 0'5 m y una masa de 150 g se obtiene la siguiente tabla:

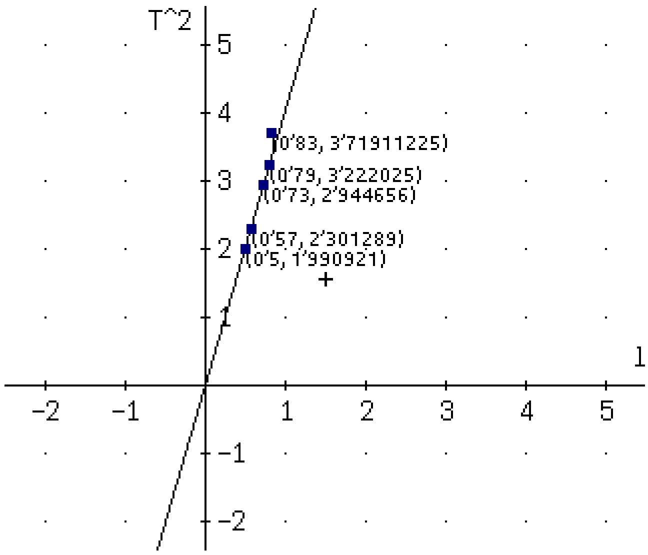
Amplitud	**Tiempo**	**Período**
10°	28'19 s	1'4095 s/vuelta
15°	28'22 s	1'4110 s/vuelta
20°	28'25 s	1'4125 s/vuelta

Análisis de resultados

Como se puede ver, al variar la masa del péndulo o el ángulo de amplitud apenas hay variación en los períodos, con lo que se confirma que el período de oscilación de un péndulo no depende de su masa ni del ángulo. Sin embargo, se puede observar que al variar la longitud del hilo si que varía el período de oscilación, así que lo que ahora se confirma es que el período varía con la longitud, es decir, que el cuadrado del período de oscilación (T) es directamente proporcional a la longitud del hilo (l) e inversamente proporcional a la aceleración de la gravedad (g) (ley del péndulo simple de Galileo Galilei):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

o graficamente:



Haciendo uso de esto podemos calcular la aceleración de la gravedad de la siguiente forma:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{l}{g} \Rightarrow \boxed{g = 4\pi^2\frac{l}{T^2}}$$

Por lo que, con los valores anteriores de la longitud del hilo, obtendríamos la siguiente tabla:

Longitud del hilo	**Período**	**Gravedad**	**Error absoluto**	**Error relativo**
0'50 m	1'4110 s/vuelta	9.9146 m/s^2	0'1250 m/s^2	0'0128
0.57 m	1'5170 s/vuelta	9'7783 m/s^2	0'0113 m/s^2	0'0012
0'73 m	1'7160 s/vuelta	9'7860 m/s^2	0'0030 m/s^2	0'0004
0'79 m	1'7950 s/vuelta	9'6796 m/s^2	0'1100 m/s^2	0'0112
0'83 m	1'9285 s/vuelta	8'8105 m/s^2	-	-
Valor medio de la aceleración de la gravedad: 9'7896 m/s^2				

NOTA: Para realizar los cálculos se despreció el valor para la longitud del hilo 0'83 m porque aporta unos datos (g = 8'8105 m/s^2) demasiado dispares con el resto y que, por lo tanto, variaría considerablemente la media y los errores.

Bibliografía

- *Nuevo Logos 2000*. Barcelona, Círculo de Lectores, 1993
- Equipo Biblograf, *Lexis-22: diccionario enciclopédico Vox*. Barcelona, Círculo de Lectores
- Fernández Cortés P., "Péndulo simple", http://members.es.tripod.de/pefeco/pendulo.htm
- http://www.lafacu.com/apuntes/fisica/pendulo_simple